

기계공학실험 : 구조재료 실험 C

박스빔의 비틀림 및 전단실험

5조 2019-15838 주기영

초록 : 본 실험은 다중 셀 구조를 지닌 다양한 박스빔(box beam)에 비틀림 하중을 가했을 때, 박스빔의 단면에 형성되는 shear flow와 박스빔의 비틀림율이 어떻게 발생하는지 적당한 이론 model로 계산해보고, 실험을 통해 직접 shear flow와 비틀림율을 계산하고, 이를 비교해보고자 한다. 실험 결과가해지는 비틀림 하중이 증가할수록 shear flow와 비틀림율이 증가하는 양상과 cell의 개수가 증가할수록 shear flow와 비틀림율이 감소하는 양상을 관찰할 수 있었다.

1. 서론

1.1 실험의 필요성과 실험의 배경

다양한 공학적 상황(산업 현장 등)에서 사용되는 구조물은 모두 다양한 종류의 하중을 받게 된다. 이는 집중하중, 분포하중, 비틀림 하중, 굽힘 하중 등을 포함한다. 이 중 본 실험에서는 비틀림 하중을 받는 구조물에 대해서 비틀림 하중을 받는 구조물의 변형은 어떤 형태로 발생하는지, 비틀림 하중이 클수록 재료 내부의 응력은 어떠한 형태로 작용하는지를 파악할 수 있다.

각각의 하중이 작용할 때 재료 내부의 응력과 변형률의 관계, 응력, 변형률의 종류와 절대적 크기를 아는 것은 재료나 구조물을 설계할 때 중요한 요소이며, 본 실험을 박편 구조를 가지는 구조물이 비틀림 하중을 받을 때 어떤 거동을 하는지 관찰할 수 있다.

1.2 실험의 목적

본 실험에서는 구조물에 비틀림 하중이 발생했을 때 구조물의 비틀림율과 구조물 내부의 shear flow를 이론적으로 계산하고, 이를 실제로 측정해봄으로써 이론값과 측정값과 이론값의 차이를 계산하고, 이러한 차이가 발생하는 이유를 생각해본다.

궁극적으로 이론을 비틀림 하중을 받는 다양한 구조물에서 적용할 수 있는 방안이나 제한 조건을 생

각하는 것이 공학자로서 목표이기 때문에 이론을 일반적으로 적용하기 위해서 고려해야 할 부분들을 생각해보고자 한다.

2. 실험

2.1 실험의 이론적 배경

2.1.1 Thin walled hollow shaft in torsion[1]

단면이 모두 같은 원통 형태의 shaft에 비틀림 하중을 가할 때 원통 내부에 shear flow와 비틀림률은 다른 형태의 단면을 가진 재료들의 비틀림률과 shear flow를 계산하는 것보다 정확하게 예측할 수 있다. 하지만 일반적으로 shaft의 단면이 삼각형이나 사각형, 타원인 경우에는 고려해야 할 부분이 많으며, 정확하게 예측하기 힘들다. 따라서 이러한 shaft에서 torsion을 해석하기 위해서 추가적인 가정이 필요한 경우가 많다. 이 중에서 중심부가 비어 있어 매우 얇은 벽으로 이루어진 shaft의 경우 또한 가정을 통하여 근사적으로 shear flow와 비틀림률을 계산할 수 있다.

본 실험에서는 박스빔을 Thin walled hollow shaft로 가정하고, 이론적으로 torsion을 받을 때의 구조물의 거동을 해석하고자 한다.

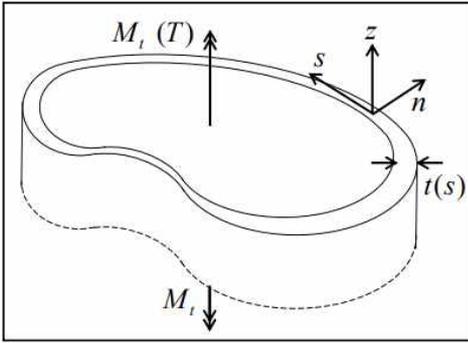


Fig1. Thin walled hollow shaft

Thin walled hollow shaft의 torsion을 이론적으로 해석하기 위해서 3가지 가정을 도입한다.

- (1) shaft에 작용하는 stress는 σ_{sz} 뿐이다.
- (2) 두께 방향(\vec{n})으로의 stress 변화는 없다. (원형 shaft에서는 중심축에서 멀어질수록 shear stress가 증가하지만, 아주 얇은 벽을 가정하였기 때문에 외벽과 내벽이 shear stress가 같다고 가정한다.)
- (3) 벽에서 흐르는 shear flow가 모든 지점에서 같다. 이는 shear flow의 정의에 의해서 당연한 것으로 같은 두께를 가진 벽에서는 shear stress가 같음을 알 수 있다.

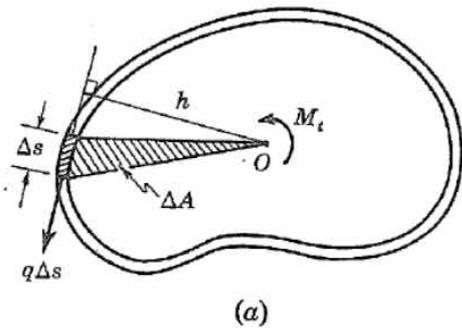


Fig 2. Relationship between shear flow and twisting moment [1]

이제 가해진 비틀림 하중에 대한 shear flow가 어떻게 계산되는지 확인해보자. 식(1)은 Fig 2에 나타난 그림을 수식으로 옮긴 것으로, 미소면적에 작용하는 shear stress에 의한 미소모멘트를 나타낸 것이다.

$$dM = h dF = ht \sigma_{sz} ds \quad (1)$$

$$\begin{aligned} h ds &= dA \\ \sigma_{sz} t &= q \end{aligned} \quad (2)$$

또한 식(2) 또한 Fig 2에서 성립하는 것을 쉽게 확인할 수 있다. 식(2)를 식(1)에 대입하면 식(3)과 같다. q는 shear flow이다.

$$dM = 2q dA \quad (2)$$

양변을 적분하면 최종적으로 식(3)과 같은 공식을 얻을 수 있고, 이는 shear flow와 가해진 비틀림 하중간의 관계를 나타내는 공식이다.

$$M_t = \int dM = 2q \int dA = 2qA \quad (3)$$

2.1.2 Shear flow of box beam

1-cell box beam의 경우에는 식(3)을 그대로 적용할 수 있으며, 따라서 1-cell box beam의 shear flow는 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$q = \frac{T}{2A} \quad (4)$$

T는 구조물에 작용하는 비틀림 하중이다.

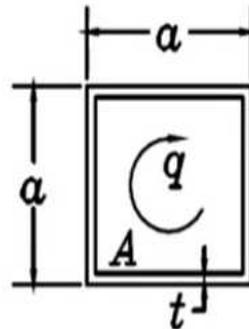


Fig3. cross-sectional of 1-cell box beam

하지만 2-cell box beam과 3-cell box beam의 경우에는 shear flow가 교차하는 지점이 생겨 식(3)을 그대로 적용할 수는 없다. shear flow가 교차할 때는 유체의 유량과 같이 해석할 수 있다. 유량이 만나는 점에서 들어오는 모든 유량의 합은 나가는 모든 유량의 합과 같고, shear flow 또한

이와 마찬가지로 계산할 수 있다.

실제로 2-cell box beam의 shear flow를 계산해보자. 각각의 cell의 단면을 통과하는 shear flow를 순서대로 q_1 과 q_2 라고 하자. cell이 완전히 같은 모양이기 때문에 기하학적 대칭성을 가지고, 그렇기 때문에 q_1 과 q_2 의 값은 같다. 만약 cell box가 서로 다른 단면을 가지고 있다면 shear flow가 다르기 때문에 주의해야 하고, 본 실험에서는 계산의 편의성을 위해서 대칭성을 이용하였다.

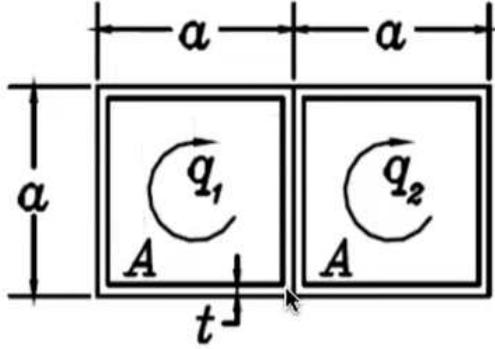


Fig 4. cross-sectional of 2-cell box beam

또한 식(3)을 계산한 것과 유사하게 2-cell box beam에서도 전체 가해진 비틀림 하중과 shear flow들의 관계를 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$2Aq_1 + 2Aq_2 = T \quad (5)$$

shear flow에 대해서 식(1)과 같이 계산하였을 때, shear flow에 의한 moment가 linear하기 때문에 식(5)를 쉽게 구할 수 있는 것이다. 또한 q_1 과 q_2 가 같으므로, Fig 4에 나타난 shear flow들을 각각 계산하면 식(6)와 같다.

$$q_1 = q_2 = \frac{T}{4A} \quad (6)$$

마지막으로, 3-cell box beam의 shear flow의 shear flow를 계산해보자. 3 개의 box beam을 일직선으로 연결한 뒤 왼쪽부터 순서대로 1번, 2번, 3번 box beam이라고 하면 각각의 box beam의 shear flow를 q_1 , q_2 , q_3 라고 하면 q_1 과 q_3 는 기하학적 대칭성에 의하여 같아야만 한다. 또한 2-cell box beam에서의 식(5)와 마찬가지로

3-cell box beam 또한 가해진 비틀림 하중과 shear flow의 관계를 나타낼 수 있다.

$$2Aq_1 + 2Aq_2 + 2Aq_3 = T \quad (5)$$

q_1 과 q_3 가 같다는 사실과 식(5)만을 가지고, 모든 shear flow를 A 와 T 의 함수로 나타낼 수 없다. 따라서 세 개의 box beam이 각각의 비틀림율이 모두 같다는 기하학적 구속을 이용하여 관계식을 하나 더 얻어야 한다.

Thin walled hollow shaft에서 비틀림율은 strain energy를 이용하여 계산할 수 있다. 식(6)은 strain energy U 와 비틀림 하중, 비틀림율과의 관계를 나타낸 식이다. 최종적으로 비틀림율은 식(7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$U = \int \frac{\tau^2}{2G} t L ds = \frac{M^2 L}{8A^2 G} \int \frac{ds}{t} = \frac{1}{2} M \phi \quad (6)$$

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{\phi}{L} = \frac{1}{2AG} \int \frac{q}{t} ds \quad (7)$$

이를 이용하여 1번 box beam에서의 비틀림율과 2번 box beam에서의 비틀림율이 같음을 표현한 것이 식(8)이다. q_1 과 q_3 가 같음을 이용하여 식(8)을 간단하게 정리하면 결론적으로 shear flow들 사이의 관계식 식(9)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dz} &= \frac{1}{2AG} \frac{q_1(3a)}{t} + \frac{(q_1 - q_2)a}{2t} \\ &= 2AG \frac{q_2(2a)}{t} + \frac{(q_2 - q_3)a}{2t} + \frac{(q_2 - q_1)a}{2t} \end{aligned} \quad (8)$$

$$9q_1 = 7q_2 \quad (9)$$

식(5), 식(9), q_1 과 q_3 가 같음을 이용하여 모든 shear flow를 계산하면 식(10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_1 = q_3 = \frac{7T}{46A}, q_2 = \frac{9T}{46A} \quad (10)$$

2.1.3 Twist rate of box beam

Box beam의 비틀림율은 식(7)을 이용하여 구할 수 있다.

(1) Twist rate of 1-cell box beam

식(7)에 식(4)를 대입하고, 상수적분을 하는 것이므로, 비틀림율은 식(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{aT}{tGA^2} \quad (11)$$

(2) Twist rate of 2-cell box beam

식(7)에 식(6)을 대입하고, 상수적분을 하면 식(12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{3}{8} \frac{aT}{tGA^2} \quad (12)$$

(3) Twist rate of 3-cell box beam

식(7)에 식(10)을 대입하고, 상수적분을 하면 식(13)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{5}{23} \frac{aT}{tGA^2} \quad (13)$$

비틀림율은 각각 상황에서 모든 box beam에서 같아야 하므로(기하학적 구속) 각각 하나씩만 나타내면 충분하다. Fig 5는 각각의 구조를 만들었을 때의 비틀림 하중 T 에 대한 shear flow와 Twist rate를 나타낸 것이다.

	전단흐름 (N/m)	비틀림율 (rad/m)
1cell	$q = \frac{T}{2A}$	$\frac{d\theta}{dz} = \frac{a}{tGA^2} T$
2cell	$q_1 = q_2 = \frac{T}{4A}$	$\frac{d\theta}{dz} = \frac{3}{8} \frac{a}{tGA^2} T$
3cell	$q_1 = q_3 = \frac{7T}{46A} \quad q_2 = \frac{9T}{46A}$	$\frac{d\theta}{dz} = \frac{5}{23} \frac{a}{tGA^2} T$

Fig 5. shear flow and twist rate

2.1.4 Rosette strain gauge[3]

본 실험에서는 이론적으로 계산한 shear flow와 실험에서 측정된 shear flow 값이 일치하는지 확인해보아야 한다. 하지만 shear flow를 직접 측정하는 것은 어렵기 때문에 본 실험에서는 shear strain을 측정하고, 식(14)의 stress-strain 관계식을 이용하여 stress를 간접적으로 측정할 수 있다.

$$\tau = G\gamma \quad (14)$$

식(14)는 shear stress에서의 Hook's law라고 불리우는 것으로, 축하중을 받는 재료에서와 마찬가지로 shear strain이 작은 영역에서 성립한다.

shear strain은 Rosette strain gauge를 통해 측정할 것이다. Rosette strain gauge는 strain gauge가 한 평면의 서로 다른 3개의 방향으로 설치되어 있는 것을 의미한다. Fig 6에서 strain gauge a, b, c의 측정값을 각각 $\epsilon_a, \epsilon_b, \epsilon_c$ 라고 하고, x, y축 방향에 대한 가상의 strain 값을 각각 ϵ_x, ϵ_y 라고 하면 strain transformation에 의해서 식(15), 식(16)을 얻어낼 수 있다. 또한 ϵ_x 은 strain gauge b에서 측정된 값 ϵ_b 이다.

$$\epsilon_a = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\phi_a + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\phi_a \quad (15)$$

$$\epsilon_c = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\phi_c + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\phi_c \quad (16)$$

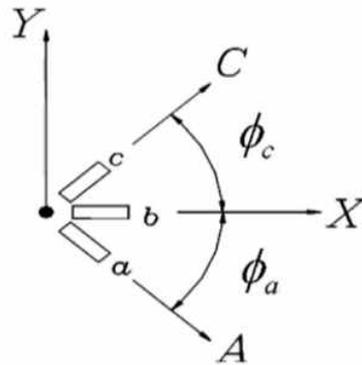


Fig 6. Rosette strain gauge

ε_x 가 ε_b 와 같다는 사실로 식(15)와 식(16)을 ε_y 를 $\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$ 로 나타내면 각각 식(17)과 식(18)과 같이 나타낼 수 있다. 복잡한 삼각함수는 배각공식을 통해 간단히 표현하였다.

$$\varepsilon_y = \frac{\varepsilon_a}{\sin^2\phi_a} - \frac{\varepsilon_b}{\tan^2\phi_a} - \frac{\sin 2\phi_a}{2\sin^2\phi_a} \gamma_{xy} \quad (15)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\varepsilon_c}{\sin^2\phi_c} - \frac{\varepsilon_b}{\tan^2\phi_c} - \frac{\sin 2\phi_c}{2\sin^2\phi_c} \gamma_{xy} \quad (16)$$

두 식이 같기 때문에 γ_{xy} 를 $\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$ 에 대해 정리한 것은 식(17), 식(18)과 같다.

$$\begin{aligned} \gamma_{xy} \left(\frac{1}{\tan\phi_c} - \frac{1}{\tan\phi_a} \right) \\ = \frac{\varepsilon_c}{\sin^2\phi_c} - \frac{\varepsilon_a}{\sin^2\phi_a} - \left(\frac{1}{\tan^2\phi_c} - \frac{1}{\tan^2\phi_a} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{xy} = \frac{\sin\phi_a}{\sin\phi_c \sin(\phi_a - \phi_c)} \varepsilon_c - \\ \frac{\sin\phi_c}{\sin\phi_a \sin(\phi_a - \phi_c)} \varepsilon_a - \left(\frac{1}{\tan\phi_c} + \frac{1}{\tan\phi_a} \right) \varepsilon_b \end{aligned} \quad (18)$$

본 실험에서 사용하는 Rosette strain gauge의 경우에는 $\phi_c = 45^\circ, \phi_a = -45^\circ$ 이므로, 이를 식(18)에 대입하면 최종적으로 γ_{xy} 를 식(19)와 같이 표현할 수 있다.

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_c - \varepsilon_a \quad (19)$$

따라서 궁극적으로 측정하려고 하는 shear flow q 값은 식(20)과 같이 측정할 수 있다.

$$q = \tau t = G\gamma_{xy}t = G(\varepsilon_c - \varepsilon_a)t \quad (20)$$

G 는 전단 탄성계수이며 t 는 shear flow를 측정하려고 하는 지점에서의 구조물의 두께를 의미한다.

2.2 실험 장비 및 실험 방법

2.2.1 실험 장비

1-cell box beam, 2-cell box beam, 3-cell box beam, Rosette strain gauge, 변형률 측정기(Indicator), 구조물 거치대, 레이저 거리 측정기, 추와 접착제, 납땀 장비 등의 준비물이 필요하다.

2.2.2 실험 방법

구조물에 사포, 테이프, 경화제, 접착제 등을 이용하여 Rosette strain gauge를 box beam의 정면, 측면에 부착한다. 납땀을 이용하여 strain gauge와 전선을 모두 연결한다. gauge가 붙은 구조물을 구조물의 거치대를 이용하여 고정시키고, 레이저 거리 측정기를 설치하고, 구조물의 비틀림 하중을 주기 위하여 도르래를 설치한다. 구조물에서 두 개의 도르래 까지의 거리인 r_1, r_2 와 구조물에서 레이저 측정기의 레이저가 비추는 곳까지의 거리인 d , 비틀림 변형이 일어나는 곳의 길이인 h 를 측정한다. 변형률 측정기의 전원을 켜 후 Rosette strain gauge의 영점을 조정한다. 도르래에 추를 500g, 1kg, 1.5kg으로 추가하면서 Rosette strain gauge의 각각의 변형률을 측정한다. 처음에 측정된 d 값과 레이저 거리 측정기의 변화를 이용하여 box beam의 비틀림률의 측정값을 구하고, Rosette strain gauge의 값을 이용하여 box beam의 shear flow의 측정값을 구한다. 마지막으로, 이론적으로 구한 비틀림률과 shear flow의 이론값과 실험적으로 구한 비틀림률과 shear flow의 측정값을 비교한다.

2.3 실험 결과

실험 과정에서 구조물에 가해지는 비틀림 하중은 식(21)과 같이 나타난다.

$$T = mg(r_1 + r_2) \quad (21)$$

m 은 추의 질량이며, r_1 과 r_2 는 구조물에서 각각의 도르래까지의 거리이다.

또한 실험에서 비틀림률은 구조물에서 레이저 측정기의 레이저가 비추는 곳까지의 거리인 d 와 레이저 거리의 변화량인 $\Delta\delta$ 를 이용하여 구한다.

비틀림률의 실험값은 식(22)의 근사를 통하여 구하여 식(23)을 통하여 구할 수 있다.

$$\tan\theta \approx \theta (\theta \ll 1) \quad (22)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\theta}{h} = \frac{\Delta\delta}{hd} \quad (23)$$

또한, shear flow는 식(20)과 Rosette strain gauge의 측정값을 이용하여 구할 수 있다.

실험을 진행하는 것에 있어서 box beam의 물성치는 전당 탄성 계수 G 는 26.5 GPa 이며(모든 구조물이 동일), 형상 물성치 중 a 는 box beam의 하나의 cell의 정사각 단면 중 한 변의 길이로 25 mm 이다. 또한 하나의 box beam에 대하여 두께 t 는 1 mm 이다.

2.3.1 1-cell box beam의 결과

Table 1은 1-cell box beam를 실험하는 것에 있어서 측정된 값과 1-cell box beam에서 하나의 cell의 단면의 넓이 A (단면을 짝 채웠다고 가정하고 구한 넓이)를 나타낸 것이다.

$A(\text{mm}^2)$	$r_1(\text{mm})$	$r_2(\text{mm})$	$d(\text{mm})$	$h(\text{mm})$
576	255	270	292	375

Table 1. Properties of 1-cell box beam

Table 2는 도르래에 올려 놓은 추의 질량에 대한 Rosette strain gauge의 세 개의 변형률 값과 레이저 거리인 δ 를 나타낸 것이다.

$m(\text{kg})$	Gauge1 ($\mu\epsilon$)	Gauge2 ($\mu\epsilon$)	Gauge3 ($\mu\epsilon$)	$\delta(\text{cm})$
0	0	0	0	5.18
0.5	33	1	-31	5.38
1	71	1	-62	5.56
1.5	105	0	-95	5.76

Table 2. Data of 1-cell box beam

Table 2에 나타난 값과 1-cell box beam의 다양한 물성치를 통하여 shear flow와 비틀림률의 이론값과 실험값을 나타낸 것이 Table 3이다.

$m(\text{kg})$	Experimental value		Theoretical value		T ($\text{N}\cdot\text{m}$)
	q (kN/m)	$d\theta/dz$ ($1/\text{m}$)	q (N/m)	$d\theta/dz$ ($1/\text{m}$)	
0.5	1.696	0.0183	2.239	0.0073	2.581
1	3.525	0.0347	4.479	0.0147	5.161
1.5	5.300	0.0530	6.719	0.0220	7.741

Table 3. Experimental value and theoretical value for 1-cell box beam

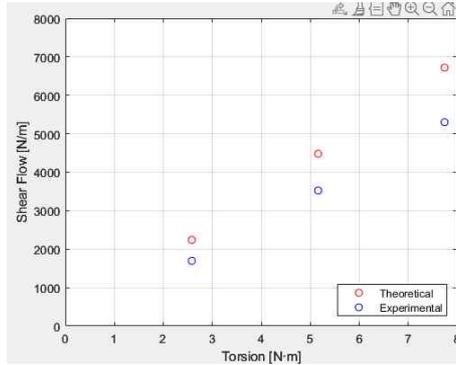


Fig 7. Shear flow- Torsion graph for 1-cell box beam

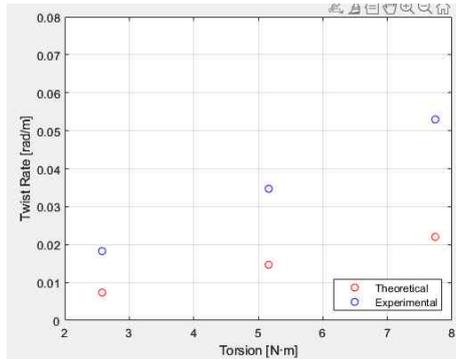


Fig 8. Twist rate- Torsion graph for 1-cell box beam

Fig 7과 Fig 8은 Table 3의 내용을 1-cell box beam의 shear flow와 twist rate의 이론값과 실험값의 차이를 그래프로 나타내본 것으로, 눈으로 확인하여도 오차가 큰 것을 확인할 수 있다. Table 4는 1-cell box beam에 대한 이론값과 실험값의 상대오차를 계산하여 나타낸 것이다.

$m(\text{kg})$	Torsion ($\text{N}\cdot\text{m}$)	Error in shear flow	Error in twist rate
0.5	2.581	-24.28%	148.93%
1	5.161	-21.32%	136.48%
1.5	7.741	-21.12%	140.63%

Table 4. Errors in 1-cell box beam

2.3.2 2-cell box beam의 결과

1-cell box beam과 비슷한 방법으로 shear flow와 twist rate의 이론값과 실험값을 구할 수 있다. Table 2는 2-cell box beam 실험에서의 형상 물성치를 나타낸 것이다.

$A(mm^2)$	$r_1(mm)$	$r_2(mm)$	$d(mm)$	$h(mm)$
576	260	260	295	375

Table 5. Properties of 2-cell box beam

1-cell box beam과 다르게 2-cell box beam은 Rosette strain gauge를 정면 쪽에 붙이는 것과 측면 쪽에 붙이는 것의 실험을 다르게 해야 한다. 물론 정면 쪽에 붙이는 경우는 2가지가 존재하지만 기하학적 대칭성에 의해 같은 결과가 도출될 것을 예상하기 때문에 측면과 정면 각각 1개의 실험을 진행한다.

$m(kg)$	Gauge1 ($\mu\epsilon$)	Gauge2 ($\mu\epsilon$)	Gauge3 ($\mu\epsilon$)	$\Delta\delta(cm)$
0.5	19	0	-19	0.07
1	40	1	-39	0.15
1.5	58	1	-57	0.22

Table 6. Data of 2-cell box beam (side)

$m(kg)$	Gauge1 ($\mu\epsilon$)	Gauge2 ($\mu\epsilon$)	Gauge3 ($\mu\epsilon$)	$\delta(cm)$
0	0	0	0	4.22
0.5	19	-5	-23	4.30
1	35	-10	-43	4.36
1.5	50	-14	-61	4.42

Table 7. Data of 2-cell box beam (front)

$m(kg)$	Experimental value		Theoretical value		$T(N\cdot m)$
	$q(kN/m)$	$d\theta/dz(1/m)$	$q(N/m)$	$d\theta/dz(1/m)$	
0.5	1.007	0.0063	1.109	0.0027	2.559
1	2.093	0.0149	2.218	0.0055	5.111
1.5	3.047	0.0199	3.327	0.0082	7.667

Table 8. Experimental value and theoretical value for 2-cell box beam (side)

$m(kg)$	Experimental value		Theoretical value		$T(N\cdot m)$
	$q(kN/m)$	$d\theta/dz(1/m)$	$q(N/m)$	$d\theta/dz(1/m)$	
0.5	1.113	0.0072	1.109	0.0027	2.559
1	2.041	0.0181	2.218	0.0055	5.111
1.5	2.968	0.0127	3.327	0.0082	7.667

Table 9. Experimental value and theoretical value for 2-cell box beam (front)

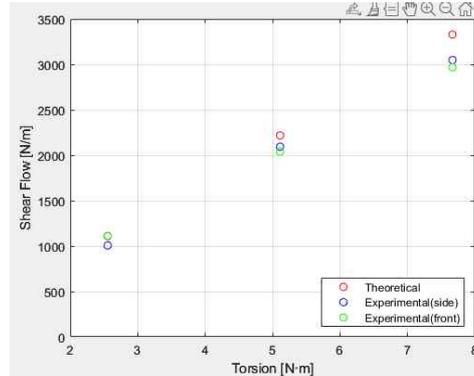


Fig 9. Shear flow- Torsion graph for 2-cell box beam

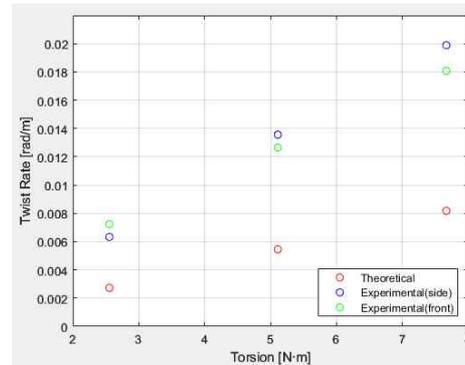


Fig 10. Twist rate- Torsion graph for 2-cell box beam

$m(kg)$	Torsion ($N\cdot m$)	Error in shear flow	Error in twist rate
0.5	2.559	-9.22%	132.19%
1	5.111	-5.63%	148.77%
1.5	7.667	-8.42%	143.24%

Table 10. Errors in 2-cell box beam(side)

$m(kg)$	Torsion ($N\cdot m$)	Error in shear flow	Error in twist rate
0.5	2.559	0.33%	165.35%
1	5.111	-8.03%	132.18%
1.5	7.667	-10.81%	121.13%

Table 11. Errors in 2-cell box beam(front)

Table 6, 7은 각각 2-cell box beam의 측면과 정면 실험의 측정값들을 나타낸 것이고, Table 8, 9는 실험의 측정값들을 기반으로 계산한 shear flow와 twist rate의 실험값과 이론값을 각각 나타낸 것이다. 물론 정면과 측면에서 shear flow와 twist rate의 이론값은 같은 값을 나타낸다. 이는 Fig 5에서 쉽게 확인할 수 있는 것으로, shear flow는 가운데 벽을 제외하고는 같은 값을 가져야 하고, twist rate는 기하학적 제한에 의해서 같은 값을 가져야 한다. Fig 9, 10은 shear flow와 twist rate의 이론값과 측면 정면에서의 실험값을 모두 나타내어 비교한 그래프이다. Table 10, 11에서 2-cell box beam의 shear flow와 twist rate의 상대오차를 나타냈다.

2.3.2 3-cell box beam의 결과

$A(mm^2)$	$r_1(mm)$	$r_2(mm)$	$d(mm)$	$h(mm)$
576	262	263	274	375

Table 12. Properties of 3-cell box beam

$m(kg)$	Gauge1 ($\mu\epsilon$)	Gauge2 ($\mu\epsilon$)	Gauge3 ($\mu\epsilon$)	$\Delta \delta(cm)$
0.5	7	-2	-13	0.05
1	12	-3	-24	0.1
1.5	18	5	-37	0.17

Table 6. Data of 3-cell box beam (side)

$m(kg)$	Gauge1 ($\mu\epsilon$)	Gauge2 ($\mu\epsilon$)	Gauge3 ($\mu\epsilon$)	$\Delta \delta(cm)$
0.5	15	-4	-15	0.05
1	27	-3	-27	0.1
1.5	41	-4	-41	0.17

Table 6. Data of 3-cell box beam (front 1)

$m(kg)$	Gauge1 ($\mu\epsilon$)	Gauge2 ($\mu\epsilon$)	Gauge3 ($\mu\epsilon$)	$\Delta \delta(cm)$
0.5	13	-2	-14	0.05
1	27	-4	-29	0.1
1.5	38	-9	-49	0.17

Table 6. Data of 3-cell box beam (front 2)

$m(kg)$	Experimental value		Theoretical value		T (N*m)
	q (kN/m)	$d\theta/dz$ (1/m)	q (N/m)	$d\theta/dz$ (1/m)	
0.5	0.532	0.0049	0.681	0.0016	2.559
1	0.958	0.0097	1.363	0.0032	5.111
1.5	1.466	0.0165	2.052	0.0048	7.667

Table 8. Experimental value and theoretical value for 3-cell box beam (side)

$m(kg)$	Experimental value		Theoretical value		T (N*m)
	q (kN/m)	$d\theta/dz$ (1/m)	q (N/m)	$d\theta/dz$ (1/m)	
0.5	0.802	0.0049	0.681	0.0027	2.559
1	1.437	0.0097	1.363	0.0055	5.111
1.5	2.174	0.0165	2.052	0.0082	7.667

Table 8. Experimental value and theoretical value for 3-cell box beam (front 1)

$m(kg)$	Experimental value		Theoretical value		T (N*m)
	q (kN/m)	$d\theta/dz$ (1/m)	q (N/m)	$d\theta/dz$ (1/m)	
0.5	0.724	0.0049	0.885	0.0027	2.559
1	1.484	0.0097	1.751	0.0055	5.111
1.5	2.313	0.0165	2.634	0.0082	7.667

Table 8. Experimental value and theoretical value for 3-cell box beam (front 2)

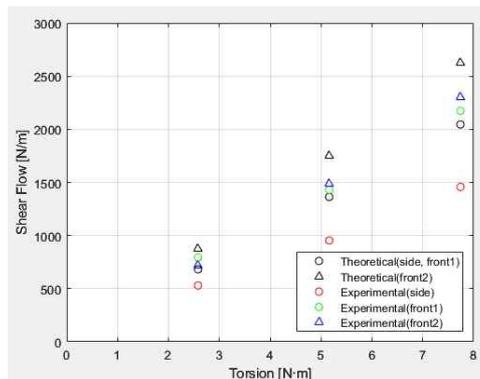


Fig 13. Shear flow- Torsion graph for 3-cell box beam

3-cell boxbeam 또한 다른 실험들과 마찬가지로 형상물성치, data, 그래프 순으로 나타냈다. 다만, 3-cell box beam은 측면과 정면 1에서 shear flow가 같지만 정면 2에서 shear flow가 다르므로, 그래프에서 이를 구분지어 놓았다.

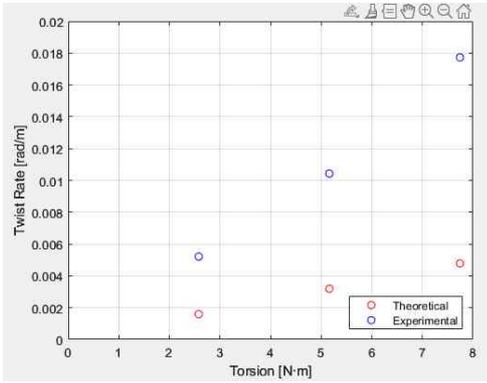


Fig 14. Twist rate- Torsion graph for 3-cell box beam

$m(kg)$	Torsion (N*m)	Error in shear flow	Error in twist rate
0.5	2.585	-22.25%	205.08%
1	5.171	-30.03%	205.08%
1.5	7.756	-28.73%	245.75%

Table 10. Errors in 3-cell box beam(side)

$m(kg)$	Torsion (N*m)	Error in shear flow	Error in twist rate
0.5	2.585	16.62%	205.08%
1	5.171	4.96%	205.08%
1.5	7.756	6.25%	245.75%

Table 10. Errors in 3-cell box beam(front 1)

$m(kg)$	Torsion (N*m)	Error in shear flow	Error in twist rate
0.5	2.585	-18.37%	205.08%
1	5.171	-15.34%	205.08%
1.5	7.756	-12.32%	245.75%

Table 10. Errors in 3-cell box beam(front 2)

3. 결론

3.1 오차 원인 및 원인 분석

모든 실험에서 무게 추의 개수가 증가함에 따라서 shear flow와 twist rate는 선형적으로 증가하는 양상을 보이고 있으며, box beam의 개수가 증가할수록 shear flow와 twist rate의 값이 감소하는 경향을 보이고 있다. 이는 이론적으로 쉽게 확인할 수 있는 부분이었다. 하지만 실험값과 이론값을 비교할 때에는 상대오차가 매우 크게 나타났다. 즉, 정성적인 거동이 같으나 이론이 정량적으로 정확하게 계산할 수 없음을 보여준다. 이는 여러 가지 이유가 존재한다.

3.1.1 thin-walled hollow beam 가정

이론적 모델에서는 σ_{sz} 만이 존재한다고 가정하였다. 그 결과 ϵ_{sz} 만이 존재해야 하는데, 실제로 ϵ_{sz} 만 존재한다면 box beam은 단면 모양을 유지할 수 없고, ϵ_{nz} 가 같이 존재해야만 이러한 모양을 유지할 수 있다. 또한 두께 방향으로의 shear stress의 변화 존재하지 않는다고 가정하였는데, 이 실험에서 사용하는 box beam도 충분히 thin wall로 이루어졌다고 생각할 수 있지만, 그래도 이러한 가정이 정확히 들어맞지 않는다. 이러한 가정 하에서 계산된 shear flow와 twist rate는 모두 실질적인 상황을 정확하게 반영하지 못하게 된다.

이론적인 상황에서 실제 상황에서 적용되는 것들을 완전히 적용하지 않고 있으므로, 실제 실험을 최상적인 상황에서 진행한다고 하더라도 서로 오차가 생길 수 밖에 없다.

실제 beam에서 torsion에 의한 변형이 발생할 때에는 beam은 rotation뿐 아니라 왜곡이나 wrapping 등의 변형이 일어난다. 이러한 변형의 발생은 이론적 상황에서보다 shear flow를 더 크게 만든다. 즉, wrapping이나 왜곡 변형을 고려하지 않았기 때문에 shear flow의 오차가 발생한다.

3.1.2 실험 과정에서의 오차

먼저 측정에서의 오차로 형상물성치(r_1, r_2, d)를 측정하는 과정에서 자로 측정하였기 때문에 측정오차가 발생한다. 또한, 도르래의 연결되는 추의 받침대의 질량을 무시하는 것에서 오차가 발생한다. 또한 strain gauge가 측정하는 과정에서 $1\mu\epsilon$ 단위로 값이 진동하는 것을 관찰할 수 있었고, 이러한 진동에 의한 오차가 발생할 수 있었다.

이외에도 측정오차로 생각할 수 있는 부분은 strain gauge 자체의 측정오차, 온도와 주변 환경의 영향으로 strain gauge의 저항값이 달라지는 것을 고려하지 못해 발생하는 오차, 사람이 레이저 측정기를 설치하는 과정 수직을 정확하게 맞추지 못하여 발생하는 오차 등을 생각할 수 있다.

ch 2에서 측정되는 strain gauge의 경우에는 이론적인 상황에서 기하학적 대칭성에 의해서 0 값을 가져야 한다. 하지만 2-cell, 3-cell box beam의 실험에서 이는 다소 큰 값이 나왔고, 이는 strain gauge를 부착하는 과정에서 box beam과 완전히 평행을 이루지 않았거나 전선이 금속 재질

의 box beam 구조물과 연결되어 잘못된 전류 신호가 발생할 수 있는 문제들이 있다. ch 2에서 측정된 값이 0이 아니라는 의미는 다른 strain gauge에서도 같은 문제가 발생했을 가능성이 있고, 특히 평행하지 않은 경우 ϕ_a, ϕ_c 값이 -45도와 45도가 아니었을 가능성을 배제할 수 없다. 이는 사람이 육안을 통하여 부착하면서 생길 수 있는 오차이다.

본 실험에서 비틀림 하중을 가할 때 한쪽 끝에만 실을 연결하여 비틀림 하중을 가하고, 다른 쪽은 고정을 해주었다. 이러한 고정방식은 beam에 압축력 등 다른 하중을 가할 수 있는 가능성이 있고, 추가로 wrapping과 단면의 왜곡이 더 발생하여 오차를 증가시킬 수 있다.

마지막으로, 실험에 사용되는 box beam의 경우에는 충분히 오랜 시간 동안 많은 사람의 실험 장비로 사용되었다. 이러한 과정에서 형상 물성치나 다양한 물성치들이 달라졌을 가능성이 높다. 또한 오랜 시간동안 많은 비틀림 하중을 받는 상황 속에 있었기 때문에 residual stress와 residual strain이 존재할 것으로 예상된다. 이들의 존재를 이론에서는 반영하지 않았기 때문에 오차가 발생하였을 것이다.

3.2 결론

이론적인 상황에서도 많은 가정을 포함하고, 또한 정확한 환경에서 실험을 진행하지 않아 다양한 측정오차와 실험 과정에서의 오차를 포함하기 때문에 본 실험의 상대오차는 매우 크게 발생하였다. 하지만 모든 실험에서 Torque가 증가할수록 shear flow와 twist rate가 비례하여 증가하는 경향을 관찰할 수 있으며, 또한 cell의 개수가 증가할수록 shear flow와 twist rate가 감소하는 경향을 관찰할 수 있다.

즉, 실험적인 상황에서도 Torque가 증가하면 shear flow와 twist rate가 증가하고, cell을 더 많이 사용하면 shear flow와 twist rate의 값이 감소하는 것을 관찰하였고, 이러한 양상을 관찰할 수 있었다.

4. 참고문헌

- (1) Crandall, 'An introduction to the mechanics of solids', McGrawHill, 1978.
- (2) Seoul National University Mechanical Engineering, "Mechanical Engineering Experiment"(2023), Westsea planning, p.44~51.
- (3) efunda, 'Strain Rosette for Strain Measurement', Search on March.28.2023, https://www.efunda.com/formulae/solid_mechanics/mat_mechanics/strain_gage_rosette.cfm