

# 기계공학실험 : 구조재료 실험 B

## 스트레인 게이지 부착 및 측정 실험

5조 2019-15838 주기영

초록 : 본 실험에서 strain gauge를 이용하여 변형률을 측정할 수 있는 strain gauge의 구조와 원리를 wheatstonebridge 회로와 함께 이해한다. 또한 strain gauge를 활용하여 beam에 bending moment를 작용하였을 때의 변형률과 bending stress의 관계, Hook's law를 이용하여 실험에서 사용하는 beam의 탄성계수를 구하고, 또한 beam 전체의 질량, 하여 이용하여 밀도를 구하였다. 물질의 고유한 값인 탄성계수와 밀도를 이용하여 미지 물질로 이루어진 beam이 어떤 물질로 이루어져있는지 예측해보았다.

### 1. 서론

#### 1.1 실험의 필요성과 실험의 배경

재료의 기계적 거동을 관찰할 때 응력과 변형률은 매우 중요한 물리량이다. 하지만 재료의 변형은 매우 작게 일어나므로, 육안으로 관찰하거나 보통의 측정 장비로 정밀하게 측정하기는 어렵다. 따라서 공학자들은 재료의 변형률을 측정하기 위해서 strain gauge를 발명하였다. 따라서 strain gauge의 구조를 이해하고, 그것을 이용하는 방법을 익히는 것은 중요하다.

#### 1.2 실험의 목적

본 실험에서는 이 센서의 구조를 분석하여 센서가 어떻게 변형률을 측정할 수 있는지 이해하고, 실제로 strain gauge를 이용하여 변형률을 측정하면서 이용 방법에 대해서 알아볼 수 있다.

또한 재료의 물성치는 재료의 고유 특성으로, 미지의 물질을 발견했을 때 그것이 기존에 발견된 물질인지 아니면 새로운 물질인지를 구분하는 것에 사용된다. 이 실험에서는 탄성계수와 밀도를 이용하여 실험에서 사용된 재료를 예측해볼 것이다.

### 2. 실험

#### 2.1 실험의 이론적 배경

##### 2.1.1 Strain gauge의 구조, 원리

##### (1) Strain gauge의 간단한 소개[1]

Strain gauge는 재료가 변형할 때 그 재료의 변형률을 측정할 때 사용되는 센서이다. 이 센서는 Wheatstone Bridge 회로를 이용하여 변형률을 측정한다. 이 센서를 변형이 일어나는 시편에 부착하고, 시편에 인장력이나 압축력이 가해지면 Strain gauge의 저항 값이 변하게 되고, 회로의 전위 차를 이용하여 Strain gauge의 변형률을 계산할 수 있다.

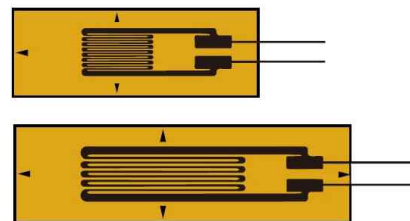


Fig1. strain gauge

Strain을 계산하는 과정을 정량적으로 계산하는 것에 있어 편의성을 갖기 위해 센서의 Gauge Factor(GF)의 개념을 먼저 정의해보자면 이 개념은 센서 내의 가변 저항의 변화율을 Strain gauge의 변형률(센서가 붙은 재료의 변형률)의 값으로 나누는 것으로, 센서의 전기 저항의 변화율과 변형률의 관계를 나타내는 물리량이다. Gauge factor의 정의를 수식으로 나타내면 수식(1)과 같다.

$$GF = \frac{\Delta R/R}{\varepsilon_1} \quad (1)$$

이 때  $\varepsilon_1$ 은 변형률을 나타내고 단위가 없는 물리량이며,  $R$ 과  $\Delta R$ 은 각각 저항과 가변 저항 값의 변화율을 의미하고, 단위는 옴[Ω]으로 같다. 따라서  $GF$ 는 단위가 없는 물리량이다.  $GF$ 의 값은 보통 strain gauge에 따라서 고유한 값을 가지는 것으로, 근사된다. 따라서 센서의  $GF$  값과 변화된 저항의 값을 통하여 변형률을 구할 수 있다.

(2)  $GF$ 값이 센서에 따라 정해질 수 있는 정량적 정당성

특정 물질의 저항은 식(2)와 같이 나타나짐은 알려져 있다.

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (2)$$

수식에서  $\rho[\Omega \cdot m]$ 는 물질의 비저항(resistivity)라는 물성치이며,  $l$ 은 물질의 길이,  $A$ 는 물질의 단면적을 의미한다. 또한 Strain gauge의 전체 저항은 센서의 grid 개수인  $n$ 을 포함하여 식(3)과 같이 나타낼 수 있다. 식(3)을 전미분 형식으로 표현하면 식(4)와 같이 나타낼 수 있다. 식(4)의 양변을  $RA\rho l$ 로 나눠준 후, 식(3)을 이용하여 다시 정리하면 식(5)의 형태가 된다.

$$R = n\rho \frac{l}{A} \quad (3)$$

$$RdA + AdR = n(l d\rho + \rho dl) \quad (4)$$

$$\frac{dR}{R} + \frac{dA}{A} = \frac{dl}{l} + \frac{d\rho}{\rho} \quad (5)$$

마지막으로, 변형률의 정의가 원래 길이에 대한 변화된 길이의 비이므로, 정의에 의하여 식(5)의 우변의 첫 번째 항이 변형률  $\varepsilon$ 이다. 또한 비저항(resistivity)은 인장 변형이 일어나도 변하지 않는다고 가정할 수 있다. 즉, strain gauge 센서에서 물리량  $\rho$ 는 상수 역할을 하는 것으로 간주할 수 있고, 따라서 비저항의 미소변화량인  $d\rho$ 의 값이 0이라는 의미이다. 따라서 식(5)를 변형하면 최종적으로 식(6)과 같은 형태로 저항에 대한 저항의 변화율을 간단하게 표현할 수 있다.

$$\frac{dR}{R} = \varepsilon - \frac{dA}{A} \quad (6)$$

또한 변형의 수직방향으로 인한 길이의 변화율은 포아송 비에 비례하여 수축이 발생한다. 즉, 변형의 수직방향으로의 변형률은  $\nu\varepsilon$ 에 해당하므로, 수축한 넓이를 변형률에 대한 함수로 표현하고, 식(7)에서의 테일러 1차 근사다항식을 이용하면 식(8)의 형태가 된다.

$$\frac{1}{(1-x)^2} \simeq 1-2x \quad (7)$$

$$A_{after}(\varepsilon) = \frac{A}{(1-\nu\varepsilon)^2} \simeq (1-2\nu\varepsilon)A \quad (8)$$

따라서 단면적 감소율인 식(6)에서 우변의 두 번째 항은  $2\nu\varepsilon$ 이 된다. 이를 식(6)에 대입한 후 양변을 변형률로 나누면  $GF$ 는 식(9)와 같다.

$$GF = 1+2\nu \quad (9)$$

따라서 포아송 비  $\nu$ 는 물질의 물성치에 해당하므로 strain gauge에서 고유한 값을 갖는다고 가정할 수 있고, 본 실험에서 사용한 strain gauge의  $GF$ 값은 2.1이다.

(3) strain gauge의 영향을 주는 변형률

Strain gauge의 sensitive direction이 아닌 방향의 변형률의 대해서 저항값은 거의 바뀌지 않는다. Fig 1의 물체에 부착된 strain gauge에 대하여 sensitive direction의 수직 방향으로의 변형률이 발생하는 경우에는 grid 부분은 굽힘이 발생한

다. 이에 대하여 grid 부분에서 shear strain이 발생하고, grid를 연결하는 부분이 휘어지지만, 이 부분의 저항은 상대적으로 작기 때문에 저항의 변화량을 발생시키지 않는다.

(4) wheatstone bridge

식(1)에서  $GF$ 는 known value이므로, Strain gauge의 변형률을 측정하기 위해서는 센서의 저항에 대한 저항값의 변화량을 측정해야 하고, 이를 측정할 수 있도록 wheatstone bridge에 strain gauge를 연결한다. wheatstone bridge는 Fig 2와 같이 구성된 회로이며, 4개의 저항이 사각형 모양을 이루며 Voltage source에 연결되어 있다.

이 때 지점 B와 D의 전압 차  $V_G$ 가 0이 되는 조건은 다음과 같다.

직렬 연결된 저항은 서로 저항의 크기만큼으로 전압 차이가 발생하기 때문에 식(10)이 성립하면  $V_G$ 가 0이 되고, 식(10)을 간단하게 정리한 형태가 식(11)이다.

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} V = \frac{R_x}{R_x + R_3} V \quad (10)$$

( $V$ 는 voltage source의 전압이다.)

$$R_1 R_x = R_2 R_3 \quad (11)$$

본 실험에서 사용하는 strain gauge는 wheatstone bridge의 4개의 저항 중 3개의 저항은 같고, 하나의 저항은 가변저항(strain gauge)를

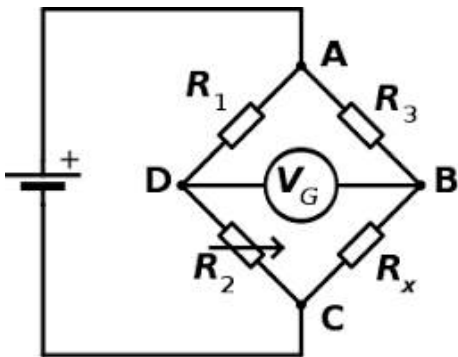


Fig 2. Wheatstone bridge

연결한 quarter bridge를 이용한다. quarter bridge의 구조는 Fig 3와 같다. 초기에는 모든 저항의 값은  $R$ 로 같은 값을 가지며, strain gauge의 변형이 일어나면 변형에 의한 저항의 변화량이 생긴다.

(5) Quarter bridge[5]

측정 전압 차이( $V_G$ )를 strain gauge의 저항 변화율( $\Delta R$ )과 저항( $R$ )의 함수로 나타내보자. Fig 1에서 저항 1, 2, 3이 모두 저항이  $R$ 이고,  $R_x$ 가 strain gauge로 저항이  $R + \Delta R$ 이라고 생각하고, 지점 C가 접지된 상태라고 가정하면 지점 D와 B에서의 전압은 식(12)와 같다.

$$V_B = \frac{V}{2}, V_D = \frac{R + \Delta R}{R + (R + \Delta R)} V \quad (12)$$

(식(10)를 구하는 것과 같은 원리이다.)

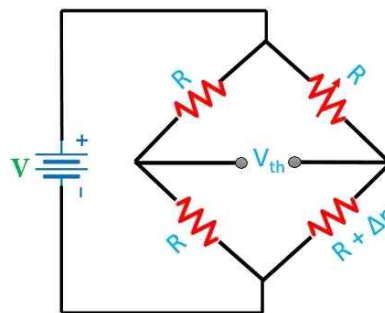
또한 식(13)의 테일러 근사 다항식을  $V_D$ 값은 식(14)와 같이 표현된다.(Strain gauge에서  $\Delta R/R$ 의 값이 매우 작기 때문에 가능)

$$\frac{2 + 2x}{2 + x} \approx 1 + \frac{1}{2}x \quad (13)$$

$$V_D = \frac{1 + \Delta R/R}{2 + \Delta R/R} E = \left(\frac{1}{2} + \frac{\Delta R}{4R}\right)E \quad (14)$$

따라서 출력전압  $V_G$ 는 식(15)와 같다.

$$V_G = V_B - V_D = \frac{\Delta R}{4R} V \quad (15)$$



Slightly unbalanced wheatstone bridge  
Electronics Coach

Fig 3. Quarter bridge

또한 식(1)의 관계를 이용하면 최종적으로 출력전압은 식(16)과 같이 변형률과 선형적인 관계가 된다. 또한 회로의 입력전압과 strain gauge의  $GF$  값이 클수록 센서가 변형률을 더욱 민감하게 측정할 수 있음을 알 수 있다.

$$V_G = GF \cdot \epsilon \cdot \frac{V}{4} \quad (13)$$

#### (6) Half bridge[5]

Half bridge는 wheatstone bridge의 4개의 저항 중 두 개의 저항을 strain gauge로 설정한 회로이다. Beam을 half bridge를 구성하여 strain gauge로 변형률을 측정하는 경우, beam의 같은 지점에서 윗면과 아랫면에 strain gauge를 각각 부착한 뒤에 Fig 4와 같이 회로를 구성한다. 이 때 한쪽 면은 인장 변형이 발생하고, 한쪽 면은 압축 변형이 발생하고, 대칭인 beam을 이용하면 각각의 strain gauge의 저항값은  $R + \Delta R$ 과  $R - \Delta R$ 이 된다.

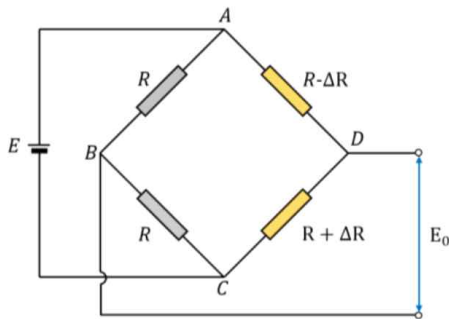


Fig 4. Half bridge

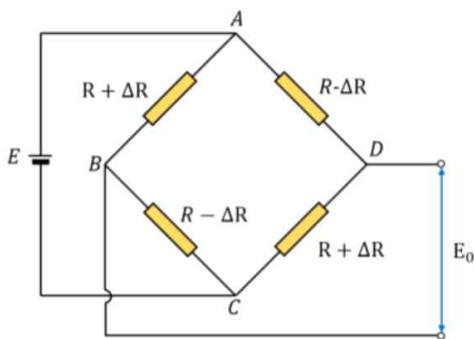


Fig 5. Full bridge

이 경우에 다시 출력 전압( $V_G$ )를 구해보자. 마찬가지로 지점 C가 접지한 상태라고 가정하면 지점 B의 전압은 voltage source의 전압인  $V$ 의 반이다. 지점 D의 전압은 식(14)과 같고, 따라서 quarter bridge와 마찬가지로 voltage source의 전압과 변형률 사이의 관계식을 구한 것이 식(15)와 같다.

$$V_D = \frac{R + \Delta R}{2R} V = \frac{V}{2} \left(1 + \frac{\Delta R}{R}\right) \quad (14)$$

$$V_G = GF \cdot \epsilon \cdot \frac{V}{2} \quad (15)$$

(quarter bridge와 마찬가지로 출력 전압을  $V_G$ , voltage source의 전압을  $V$ 로 작성하였다.)

Half bridge의 경우에는 quarter bridge와 비교했을 때  $V_G - \epsilon$  그래프의 기울기가 2배 더 크다는 것을 알 수 있다.  $V_G - \epsilon$  그래프의 기울기가 클수록 변형률에 대한 출력 전압의 값이 더욱 가파르게 증가한다는 의미이므로, strain gauge가 더욱 민감하게 strain을 감지할 수 있다는 것을 의미한다. 또한 strain gauge를 두 개 사용하여 두 센서의 측정값의 평균을 구할 수 있기 때문에 센서를 이용하는 것에 있어서 높은 정확성을 기대할 수 있다.

#### (7) Full bridge[5]

Full bridge는 wheatstone bridge의 4개의 저항 중 4개 모두를 strain gauge로 설정한 회로이다. Beam을 full bridge로 구성하여 변형률을 측정하는 경우에는 beam의 상단에 2개, 하단에 2개의 strain gauge를 설치하고 Fig 5와 같이 회로를 구성한다. 이 때 같은 곳에 부착한 저항을 wheatstone bridge의 각각 직렬로 연결하면 안되고, 대각선 위치에 놓이도록 연결해야 한다. (직렬로 연결하게 되면 식(11)에 의해 출력전압이 0이 도출된다.) 마찬가지로 C가 접지된 상태라고 간주하면 지점 B에서의 전압과 지점 D에서의 전압은 식(16)과 같고, 따라서 회로의 voltage source의 전압과 strain gauge의 변형률 사이의 관계식은 식(17)과 같다.

$$V_B = \frac{R - \Delta R}{2R} V = \frac{V}{2} \left(1 - \frac{\Delta R}{R}\right) \quad (16)$$

$$V_D = \frac{R + \Delta R}{2R} V = \frac{V}{2} \left(1 + \frac{\Delta R}{R}\right)$$

$$V_G = GF \cdot \epsilon \cdot V \quad (15)$$

Full bridge의 경우에는 quarter bridge와 비교했을 때  $V_G - \epsilon$  그래프의 기울기가 4배 더 크다는 것을 알 수 있다. 따라서 Full bridge를 사용하는 경우에는 quarter bridge와 Half bridge를 사용하는 것보다 높은 정확성을 기대할 수 있다.

### 2.1.2 Euler - Bernoulli beam theory [4]

Slenderness가 큰 beam은 beam의 두께에 비해서 길이가 매우 긴 beam을 말하고, 본 실험에서 사용하는 beam은 Slenderness가 아주 높다고 할 수 있다. 이러한 beam은 bending이 beam의 거동에 있어서 지배적이므로, Euler-Bernoulli beam theory를 통해 근사적으로 beam의 stress를 계산할 수 있다.

Euler-Bernoulli beam theory는 beam이 변형하더라도 beam의 평면이 계속하여 평면으로 유지된다고 가정한다. 또한 변형 후의 단면이 beam의 중립축(neutral axis)에 수직임을 가정한다. (즉, 단면의 각도변화는 bending에 의한 효과에 의해서만 발생하고, shear stress에 의한 효과는 이에 비해 작기 때문에 무시할 수 있다는 가정) 또한 이러한 이론은 beam의 처짐(deflection)이 작은 경우에만 적용할 수 있다. 여기서 중립축은 beam에서 변형이 일어나지 않는 부분을 지나는 축으로 이 축은 beam의 변형이 일어나기 전의 상태에서의 수직 단면들을 생각했을 때, 수직 단면들의 도심(centroid)를 지나는 특성을 지니고 있다.

이러한 가정 하에서 beam의 중립축 방향의 normal strain은 식(16)을 만족한다.

$$\epsilon_z = -xy \quad (16)$$

( $x$ 는 곡률,  $y$ 는 중심축으로부터  $y$ 축 방향으로 떨어진 변위이다.)

재료가 elastic region에서 거동을 한다면 응력과 변형률은 식(17)의 Hook's law를 만족하고, 결과

적으로 normal stress는 식(17)의 두 번째 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma = E\epsilon(\text{Hook's law}) \quad (17)$$

$$\sigma_z = -Exy$$

이제 물체에 가해진 외력 bending moment와 단면에서의 stress distribution에 의한 moment가 일치해야 하므로, 식(18)과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\int y\sigma_x dA = -Ex \int y^2 dA = M_b \quad (18)$$

따라서  $x$ 를 known value로만 표현하면 식(19)과 같다. 여기서  $I_{xx}$ 는 beam의 수직 단면이  $x$ 축에 대해 가지는 area moment of inertia로 단면의 모양에 따라 변하는 물리량이다.

$$x = -\frac{M_b}{EI_{xx}} \quad (18)$$

여기서 식(18)을 식(17)의 두 번째 식을 대입하면 마지막으로 식(19)로 표현할 수 있고, 이는 Euler-Bernoulli beam theory에서 flexure formula라고 불리며, 이 식으로부터 외력 모멘트와 beam에 작용하는 normal stress의 관계를 알 수 있다. [3]

$$\sigma_z = -\frac{M_b}{I_{xx}} y \quad (18)$$

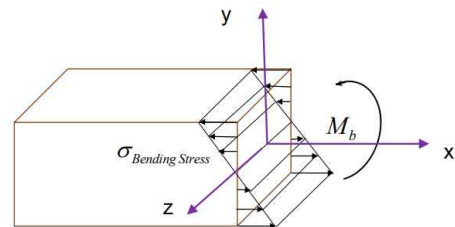


Fig 6. Stress distribution in beam

Flexure fomula는 Euler-Bernoulli beam theory에서 출발하였기 때문에 이 공식이 성립하기 위해서는 Euler-Bernoulli beam theory의 가정들이 성립해야 한다. 즉, 단면이 변형이 일어난 뒤에도 평면을 유지해야 하며, 변형 후의 단면이 중립축에 수직인 방향을 유지해야 한다. 또한 beam의 처짐이 작은 상황에서만 적용할 수 있다. flexure fomula는 Hook's law 공식이 포함되어 있으므로, 단면에서의 최대 응력이 재료의 비례한도보다 작아야 한다.

이외에도 단면에서 압축되는 부분과 인장되는 부분에서 모두 탄성계수  $E$ 를 적용하였으므로, 재료가 인장력을 받을 때의 탄성 계수와 압축력을 받을 때의 탄성 계수가 동일하다는 가정이 포함된 것이다.

## 2.2 실험 장비 및 실험 방법

### 2.2.1 실험 장비

실험의 필요한 필수적인 준비물로 실험에서 beam으로 사용되는 시편, 변형률을 측정하기 위한 strain gauge, wheatstone bridge 회로를 포함하고 있고, 회로의 전위차를 계산해주는 Indicator와 terminal, 추를 매달기 위해 낚시줄과 다양한 무게의 추, beam을 지지해주는 거치대가 필요하다. 또한 실험을 원활하게 진행할 수 있도록 strain gauge의 부착을 위한 경화제와 접착제, 테이프, 회로 구성을 위한 납, 납땀기 등이 있다.

### 2.2.2 실험 방법

- (1) Strain gauge를 beam의 적당한 곳에 테이프를 붙인 뒤에 경화제와 접착제를 이용하여 완전히 고정시킨 후 테이프를 떼어낸다.
- (2) strain gauge와 전선이 terminal을 지날 수 있도록 5군데 납땀을 진행하고, Strain gauge와 Indicator를 전선으로 연결한다.
- (3) 거치대에 beam을 외팔보 형태로 연결하고, Indicator를 켜 후 strain gauge의 영점을 조절한다.
- (4) beam의 끝에 낚시줄을 이용하여 다양한 무게를 가진 추를 매달고, strain gauge를 이용하여 변형률을 측정한다.
- (5) 변형률과 추의 무게의 관계를 이용하여 탄성계수를 계산하고, 재료의 부피와 질량을 이용하여 밀도를 계산하여 재료가 어떤 물질인지 추측한다.

## 2.3 실험 결과

### 2.3.1 시편의 밀도 계산

시편의 질량은 40g이며 두께가 2mm이다. 부피를 구하는 과정을 식(19)와 같다.

$$V = (25 \cdot 300 - 18\pi - \frac{9}{4}\pi) \cdot 2 \quad (19)$$

$$= 14872.77 \text{mm}^3$$

밀도는 단위 부피 당 질량이므로, 식(20)과 같이 계산된다.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0.04}{14872.77} 10^9 = 2689.53 \text{kg/m}^3 \quad (19)$$

### 2.3.2 시편의 탄성 계수(Young's modulus) 계산

Table 1은 실험에서 측정한 데이터를 정리한 것으로, beam의 끝에 질량을 매달았을 때의 질량 값과 그에 따라 strain gauge에 측정된 변형률을 나타낸 것이다. 본 실험에서 7개의 서로 다른 질량을 이용하여 실험을 진행하였기 때문에 Table1에 7개의 추의 질량과 변형률의 관계 순서쌍이 존재한다.

Mass of pendulum(g)	Strain( $\mu\epsilon$ )
111	108
158	152
223	223
311	311
358	350
511	507
558	540

**Table1.** Relationship between mass and stain of the beam

본 실험의 해석에서는 Euler-Bernoulli beam임을 가정할만큼 beam의 slenderness가 크므로, 응력과 변형률의 관계를 해석하기 위하여 flexure fomula를 이용할 것이다. 직사각형 단면의 moment of inertia는 Fig 7에서 나타난 것과 같다. 또한 beam에서 낚시줄을 매단 곳에서 strain gauge의 변형이 일어나는 곳까지의 거리를  $L$ (직접 측정한 값)이라고 하면 flexure fomula는 식(20)과 같이 나타낼 수 있다.

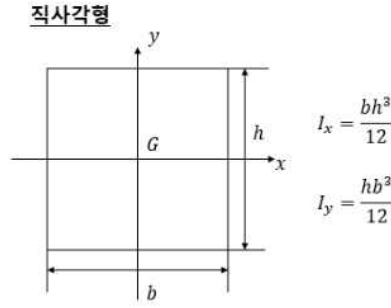


Fig 7. Moment of inertia of rectangular

$$\sigma = -\frac{M_b y}{I_{xx}} = -\frac{-mgL \cdot h/2}{bh^3/12} = \frac{6mgL}{bh^2} \quad (20)$$

$I_{xx}$ 는 Fig 7에서 나타난 값을 사용하였고, 시편은 beam의 상단에 위치하고 있으므로,  $y$ 는  $L/2$ 로 사용하였다. 또한  $M_b = -mgL$ 은 moment의 방향을 고려하여 반영하였다. 또한 응력-변형률의 관계는 식(17)의 Hook's law를 따른다고 가정한다. Table 2는 질량에 따라서 beam의 strain gauge가 위치하는 곳에서의 응력을 계산하고 이를 변형률과 함께 나타낸 것이다. 중력가속도 값은  $9.81m/s^2$ 으로 계산하였다.  $L$ 은 0.11m로 측정하여 이용하였고,  $b$ 와  $h$ 는 각각 beam의 단면에서의 측정값인 0.025m와 0.002m를 이용하였다.

Stress(MPa)	Strain( $\mu\epsilon$ )
7.187	108
10.229	152
14.438	223
21.431	311
23.179	350
33.085	507
36.128	540

Table 2. Relationship between stress and stain of the beam

Table 2에서 나타낸 데이터를 이용하여 Stress - Strain의 관계를  $\sigma - \epsilon$  plane에 나타내고, 이를 선형 회귀 분석(최소제곱 회귀 분석)을 이용하여 graph로 plot한 것을 함께 Fig 8에 나타나 있다.

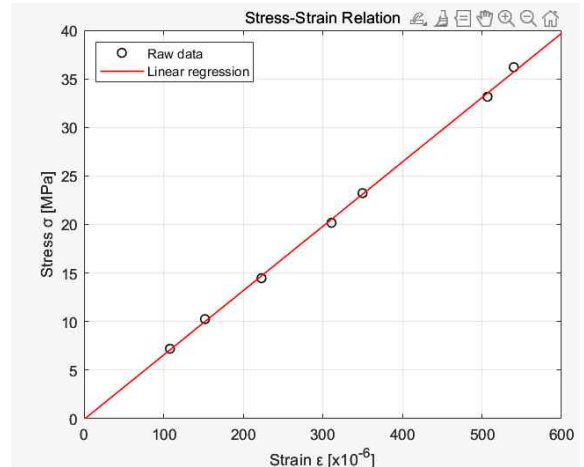


Fig 8. Stress-Strain relation and linear regression

Fig 8에 나타난 선형 회귀 직선의 분석 결과 결정 계수의 값은 0.988로 명확한 상관관계를 가지기 때문에 모든 점에서의 Stress 값이 재료의 비례한도를 넘지 않았다고 생각할 수 있으며, 또한 선형 회귀 직선의 기울기를 탄성 계수로 해석할 수 있다. 선형 회귀 직선을 응력과 변형률의 함수로 나타내면 식(21)과 같이 나타낸다.

$$\sigma = (66.3GPa)\epsilon - (74.6kPa) \quad (21)$$

선형 회귀 직선의  $\sigma$ 절편은 매우 작다고 할 수 있으며, 식(21)에서 우변의  $\epsilon$ 의 계수가 탄성 계수 (Young's modulus)라고 할 수 있기 때문에 본 실험에서 사용한 재료의 탄성 계수는 66.3GPa라고 할 수 있다. matweb에서 찾아본 결과 밀도가  $2689.53kg/m^3$ 와 비슷한 재료는 Alluminum과 Aluminum alloy가 있었다. 또한 Alluminum과 Alluminum alloy는 대부분 Young's modulus 또한 65GPa부터 80GPa까지 다양하게 분포하고 있었다. 본 실험에서 측정된 밀도는 탄성 계수보다 정확한 값을 가지므로, 재료는 Aluminum이거나 Aluminum alloy이라고 추측할 수 있다. Fig 9는 밀도  $2.7g/cc^2$ 을 갖는 Aluminum과 Aluminum ally들을 matweb에서 찾아본 자료이다.

Aluminum Alloys - General	2.70	70.0
Aluminum 1050-H14	2.70	69.0
Aluminum 1050-H16	2.70	69.0
Aluminum 1050-H18	2.70	69.0
Aluminum 1050-O	2.70	69.0
Aluminum 1060-H112	2.70	69.0
Aluminum 1060-H12	2.70	68.9
Aluminum 1060-H14	2.70	68.9
Aluminum 1060-H16	2.70	68.9
Aluminum 1060-H18	2.70	68.9
Aluminum 1060-O	2.70	68.9
Aluminum 1100-H12	2.71	69.0

Fig 9. Density and young's modulus of materials

### 3. 결 론

#### 3.1 오차 발생 원인 및 이유 분석

(1) Euler-Bernoulli beam theory 적용의 한계점  
본 실험에서 flexure formula를 계산할 때 추의 무게에 의한 힘을 pure bending이라고 가정하였다. 하지만 실제로 응력에는 추의 무게에 의한 bending moment 뿐만 아니라 추의 무게에 의해 발생하는 shear force에 의한 응력이 함께 포함된다.

하지만 Euler-Bernoulli beam theory의 가정을 적용하였기 때문에 shear force에 의한 응력과 변형률을 무시하였기 때문에 오차가 발생하였을 것이다. shear stress를 고려하여 응력-변형률의 관계를 계산하려면 Timoshenko beam theory를 적용해야 한다.

(2) 추의 무게의 작용점과 strain gauge 사이의 길이에 의한 오차

추의 무게의 작용점과 strain gauge 사이의 길이를 변형이 일어나기 전에 측정 한 후 이를  $L$ 이라고 하고, 계산을 진행하였다. 즉,  $L$ 을 상수 취급하고 계산하였다. 하지만 beam에 변형이 일어나면 빔 전체에 deflection이 생기고, beam의 각 부분은 조금씩 회전하게 된다. 이러한 오차에 의해서 Table1을 보면 질량이 커짐에 따라서 변형률의 변화량이 감소하는 것을 관찰할 수 있다. 이는 변형이 일어나면서  $L$ 값이 점차 감소하기 때문에 발생하는 것이다.

하지만 본 실험에서 변형과 beam의 처짐은 충분히 작다고 생각할 수 있으므로, 질량이 커짐에 따라 변형률의 변화량이 작아지는 것은 분명 다른 원인 또한 기여한다고 생각하였다. 더 정확한 값을 계산해야 하는 실험에서는 beam의 deflection까지 고려하여  $L$ 값에 반영한다면 이러한 오차 원인을 해결할 수 있을 것이다.

#### (3) hole of beam

본 실험에서 거치대에 beam을 고정시킬 때 hole에 볼트를 조여 고정하였다. 또한 추의 무게의 작용점 또한 hole을 통하여 추를 연결한다. beam의 구멍은 beam의 모든 부분에서 stress 분포가 고르지 않게 만든다. beam에 hole이 존재하면

stress concentration이 발생하게 되고, 이는 이론에서 계산한 이상적인 beam과는 다른 형태이다. 하지만 strain gauge는 stress concentration이 거의 일어나지 않기 때문에 그로 인한 오차는 거의 발생하지 않을 것으로 예상되며, 이론적으로 가정된 beam과 기하학적 구조가 달라 나타나는 오차만이 영향을 줄 것이다.

또한 이러한 구멍을 이용한 고정 방식으로 인해 beam이 완전한 외팔보가 될 수 없다. 외팔보의 한쪽의 구속조건은 모든 반력이 존재해서 beam이 움직이지 않게 할 수 있지만, 두 개의 bolt를 이용한 고정방식에서는 무게가 가해질수록 양 쪽 너트에 받는 힘의 방향이 반대가 되어 미세한 회전이 일어날 수 있어 pinned joint와 fixed joint의 중간 역할을 한다고 할 수 있다. 이로 인한 오차 또한 발생할 수 있다고 생각한다.

#### (4) Vibration

beam의 두께가 아주 얇기 때문에 추를 매달면 위아래로 진동하는 것을 관찰할 수 있었다. 물론 이러한 진동은 충분한 시간이 지나 beam이 steady state에 도달한 뒤에 측정하면 문제가 없다. 하지만 무거운 추를 매달았을 때는 steady state에 도달할 충분한 시간이 지난 뒤에도  $1\sim 2\mu\epsilon$ 의 fluctuation이 발생하였다. 이는 beam의 진동뿐 아니라 strain gauge, 회로에서도 미지의 진동이 발생하고 있다고 추측해보았다.

또한 strain gauge의 영점을 보정할 때에도 변형률 값이 계속하여 진동하였고, 이 또한 오차의 원인이다.

#### (5) beam 자체의 무게

beam 자체의 무게는 beam의 분포하중으로 생각할 수 있다. 본 실험을 진행할 때 beam에 strain gauge를 포함한 회로를 설치한 후 변형률의 영점을 맞추으로써 beam 자체의 무게는 고려하지 않아도 되었다. flexure formula가 선형적이기 때문에 이는 superposition 원리에 의해 정당화될 수 있다. 하지만 앞서 설명하였던 여러 가지 오차와 복합적으로 작용하여 beam 자체의 무게가 존재하는 것은 본 실험에 영향을 주었을 것이다.



### 3.2 시편 재료 추측에 대한 고찰

본 실험에서 밀도와 탄성 계수 값을 통하여 시편의 재료를 Aluminum이거나 Aluminum alloy일 것이라고 추측해보았다. 하지만 정확한 물성치 값으로 추측한 것이 아니기 때문에 미지의 재료를 발견하였을 때는 정확한 탐구를 위하여 적당한 실험을 통하여 2가지 이상의 물성치를 더 알아보고, 재료를 추측하는 것이 적절하다.

## 4. 참고문헌

(1) Seoul National University Mechanical Engineering, "Mechanical Engineering Experiment"(2023), Westsea planning, pp.34~43.

(2) Wikipedia, "strain gauge", February 20, 2023, accessed on March 20. [https://en.wikipedia.org/wiki/Strain\\_gauge](https://en.wikipedia.org/wiki/Strain_gauge)

(3) R.C. Hibbler(2017). Mechanics of Materials 10<sup>th</sup> edition. Pearson

(4) Wikipedia, "Euler-Bernoulli beam theory", February 26, 2023, accessed on March 20. [https://en.wikipedia.org/wiki/Euler%E2%80%93Bernoulli\\_beam\\_theory](https://en.wikipedia.org/wiki/Euler%E2%80%93Bernoulli_beam_theory)

(5) BESTTECH, "UNDERSTANDING A WHEATSTONE BRIDGE STRAIN GAUGE CIRCUIT", accessed on March 20. <https://www.bestech.com.au/blogs/understanding-a-wheatstone-bridge-strain-gauge-circuit/>