

# 기계공학실험 : 유체역학 실험 A

## PIV principle and pump calibration

5조 2019-15838 주기영

### 분 석

#### 1. PIV technology와 그에 관련된 장비의 설치 방법 논의

##### 1.1 Particle Image Velocimetry

PIV는 유동장 내에 입자를 같이 흘려보내서 입자의 움직임을 추적하여 유동장의 한 지점에서의 속도를 계산할 수 있는 기술이다. 따라서 PIV 기법에서는 추적을 할 수 있게 해주는 seeding particle 이라고 불리는 입자와 그 입자의 속도를 계산할 수 있도록 입자의 움직임을 촬영할 카메라와 입자가 카메라에 잘 인식되도록 레이저가 필요하다. 카메라를 이용하여 짧은 간격을 가진 두 순간을 촬영하여 입자가 얼마나 움직였는지로 유동장의 속도를 알 수 있는 것이다. 2D 카메라를 이용하기 때문에 2차원 속도만을 알 수 있으며 또한 정확하게 두 순간에서의 입자를 찾을 수가 없으므로, 후술할 예정인 기술 몇가지가 필요하다.

##### 1.2 seeding particle의 조건

PIV를 이용하여 유동장을 계산할 때 seeding particle과 유동하는 유체의 밀도의 차이가 많으면 원래의 유동에 큰 간섭을 일으키기 때문에(부력을 발생시킨다.) 비슷한 밀도를 가지는 입자를 사용해야 한다. 또한 입자가 너무 커도 유동에 간섭하므로, 입자 또한 작은 것이 정확하게 유동을 파악하는 것에 도움이 된다. 하지만, 입자가 너무 작으면 해상도가 그만큼 높아야 하기 때문에 이 두 가지를 모두 고려하여 적당한 크기의 seeding particle을 선택하는 것이 중요하다. 또한, seeding particle이 카메라에 선명하게 촬영되기 위해서 레이저 빛을 잘 반사하는 추적입자를 사용하는 것이 좋다.

##### 1.3 본 실험에서의 PIV 기법 사용 과정

(1) 카메라를 분석하고 싶은 유동장을 일정하게 촬영할 수 있도록 완전히 고정하고, 유체에 seeding particle을 첨가한 후에 레이저를 켜서 seeding particle이 카메라에 잘 촬영될 수 있도록 설치한다.

(2) 레이저의 밝기와 카메라의 FPS(초당 촬영 프레임 횟수)를 조절하면서 seeding particle의 움직임을 촬영한다. (본 실험에서의 카메라 FPS는 1000회/1s로 1초에 1000장의 사진을 촬영하였다.)

(3) 촬영한 이미지를 matlab 등의 프로그램을 이용하여 PIV 기법을 이용하여 유체의 속도를 계산한다.

seeding particle이 유체와 동일한 유동을 한다고 가정하였기 때문에 seeding particle의 속도를 구하여 유체의 속도를 간접적으로 구할 수 있다. 카메라의 FPS는 크면 클수록 더 시간간격이 줄어들어서 더욱 정밀하게 데이터를 측정할 수 있다. 하지만 카메라의 노출시간(카메라 센서가 촬영 전 빛을 받는 시간)이 감소하여 밝기가 낮아질 수 있으므로, 노출시간을 늘려서 해결해야 한다. 측정하려는 유동의 특성에 따라서 FPS와 노출시간을 조정하면서 측정 기법을 달리하는 것이 필요하다. 본 실험에서는 실험 측정에 적절한 값인 1000FPS와 노출시간을 적당한 값으로 고정 설정하여 모든 실험을 진행하였다. PIV 기법을 통해 이미지를 분석하는 과정에서 1/4-law와 stokes number를 계산하여 적용하는 과정이 필요하다. 이는 두 개의 순간에서 유체의 입자에 따로 표시가 되어 있지 않으므로, 정확한 유체의 이동 방향을 알기 위해서 도움을 준다.

## 2. PIV 기법에서의 속도 측정에 관한 원리

### 2.1 Stokes number [2]

PIV에서는 유체와 함께 움직이는 seeding particle의 움직임을 측정하여 간접적으로 유체의 유동을 분석한다. 이러한 분석이 실제로 유효하기 위해서는 어떤 조건하에서 유체와 seeding particle이 함께 움직인다고 가정할 수 있고, 어떻게 정당화될 수 있는지 논의되어야 한다. 실제로 유체와 seeding particle이 함께 움직일 때 particle의 반응 시간이 존재하여 완전히 함께 움직이지는 않는다.

Stokes number는 particle의 반응 시간을 의미하는 무차원수로 Stokes number가 0에 가까우면 반응시간이 거의 없는 것으로 유체와 seeding particle이 거의 함께 움직인다는 의미이다. 즉, Stokes number가 거의 0에 가깝다는 것, 더욱 자세하게는 0.1보다 작은 값인 것을 확인하면 seeding particle과 유체의 흐름의 오차를 계산해보면 1% 미만인 것으로 PIV를 이용하는 것이 유효하다고 주장할 수 있다. 추가로  $Stk$ 가 매우 큰 값을 가지는 것은 유체의 이동과 seeding particle의 유동이 매우 다른 것을 의미한다.

Stokes number는 식(1)에 정의하였다.  $t_0$ 는 particle relaxation time,  $u_0$ 는 free stream velocity,  $l_0$ 는 Characteristic length를 의미한다. 또한,  $t_0$ 에 대해서는 식(2)가 성립한다.  $\rho_d$ 는 density of particle,  $d_g$ 는 particle diameter,  $\mu_g$ 는 fluid dynamic viscosity이다. 직접적인 계산은 실험의 일부를 진행한 후 할 수 있으므로 후술하였다.

$$Stk = \frac{t_0 u_0}{l_0} \quad (1)$$

$$t_0 = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_g} \quad (2)$$

### 2.2 Interrogation window

두 개의 연속적으로 촬영한 사진(연속된 프레임)을 통하여 유체의 움직임을 분석하기 위해서는 이전 프레임에서 이후 프레임으로 particle이 어떻게 움직였는지를 확인해보아야 한다. 전체적인 사진에서 이를 시행하면 정확도도 떨어지고, 어렵다는 단점이 존재하므로, 한 프레임의 사진을 여러 개의 window를 잘라서 각 영역에서의 대표적인 속도벡터를 얻어야 하고, 이를 수행하는 각각의 window를 Interrogation window로 칭한다. 이를 이용한

분석은 다음의 과정을 거친다.

(1) 분석하는 목적, 유동의 특성에 따라서 적당한 window로 사진을 분할한다.

(2) 연속된 프레임에서 같은 위치에 window를 설정하여 window 내부에서의 변화를 관찰한다.

(3) 이전 프레임에서의 입자의 적절한 속도벡터를 가정하고, 그러한 변위벡터로 모든 입자가 움직였다고 가정한다. 적절한 범위에서 변위벡터의 방향과 크기를 적당한 간격으로 실행한 뒤에 이후 프레임과 겹쳐지는 입자의 모든 개수를 각각 세서 함수로 표현한다. 이는 2차원 함수로 나타날 것이다.

(4) 이 중 가장 함수값이 높은 변위벡터를 해당 윈도우에서의 변위벡터로 설정한다. 이때, 비슷한 함수값을 갖는 전혀 다른 두 개의 변위벡터가 존재한다면 PIV가 유효하지 않다는 것을 의미하므로, 주의해야 한다.

(5) 변위 벡터를 유효하게 설정하였다면 연속된 두 프레임에서의 시간 차이를 계산하고, 계산된 값과 설정된 변위 벡터를 통하여 해당 window에서의 속도벡터를 측정한다.

### 2.3 1/4-law

사진을 Interrogation window 몇 개로 분할할 것인지는 PIV에서는 매우 중요한 이슈이다. 많은 window를 사용하면 유동장을 더욱 세분화된 곳에서 계산할 수 있으므로, 더욱 정확하게 분석이 가능하다. 하지만 극단적으로 생각해보았을 때, 입자 하나만 포함하도록 window를 설정하면 PIV를 적용시킬 수 없을 것이다. 따라서 이러한 이유와 시간적인 문제 때문에(window를 작게 하면 분석에 많은 시간이 걸릴 수 있기 때문이다.) window 크기에는 하한 또한 존재해야만 하고, 이를 설명하는 것이 1/4-law이다. 특정 window에서 변위벡터의 정확한 계산을 위해서는 연이은 두 프레임에서 같은 곳에 위치한 window 내부에서는 일정한 수 이상의 seeding particle을 공유해야만 한다. 이를 위해서 PIV를 진행하는 구간에서 식(3), (4)의 관계를 유지시켜야 한다.

$$|U_{\max} \Delta t| < \frac{D_{\text{window}, x}}{4} \quad (3)$$

$$|V_{\max} \Delta t| < \frac{D_{\text{window}, y}}{4} \quad (4)$$

$U_{max}$ ,  $V_{max}$ 는 각각 u방향, v방향의 particle의 최대 속력이며,  $\Delta t$ 는 각 프레임 사이의 시간이다. 식(3), (4)를 만족시키도록 유지한다면 최대의 속력을 갖는 particle이라도 연이은 프레임에서 window의 1/4 부분을 넘게 이동하지는 못한다. 이를 유지한다면 두 프레임에서 일정 이상의 공유 seeding particle을 항상 넉넉하게 유지할 수 있다고 판단할 수 있고, 이는 PIV가 원활히 분석이 이루어질 수 있도록 한다.

#### 2.4 Steady state 가정

실험 분석 과정에서 유체의 유동(속도 벡터장)이 시간에 따른 변화가 없음을 가정한다. 즉, 시간에 따라서 속도 벡터장에 유효한 변화가 없다고 가정하는 것이다. 이를 가정함으로써 time-average velocity field가 이러한 steady state를 이루는 유동에서의 속도 벡터장임을 주장하는 것은 유효하다는 것을 뒷받침한다.

#### 2.5 1, 2의 결과를 고려한 Matlab PIV setting

본 실험의 PIV를 매트랩의 PIV LAB을 통하여 진행하였는데 window 설정, noise 제거 등을 어떤 방식으로 진행했는지 설명하고자 한다.

먼저 ROI(region of interest)를 설정하였다. 카메라가 유체 이외의 주변환경도 촬영했기 때문에 우리가 관심있게 유동장을 분석할 유체부분만을 선택한다. 그 다음 Interrogation window를 설정해야 하는데 너무 크면 window의 개수가 너무 적어서 정확한 유동장을 구할 수 없고, 너무 작다면 1/4-law를 만족시키지 못해 noise가 아주 심하게 발생할 수 있으므로, 적당한 크기로 설정하였다. 30rpm에서는 40px, 60rpm에서는 43px, 90rpm에서는 45px로 설정하였다.

촬영한 사진의 자체적인 noise를 배제하고, PIV를 사용하는 동안 프로그램이 seeding particle을 잘 인식시키기 위해서 Image pre-processing을 CLAHE filter와 highpass filter를 이용하여 진행하였다. 실제로 filter를 적용한 결과로 이미지가 더욱 선명해진 것을 Fig 3, Fig 4를 비교하여 관찰할 수 있다.

PIV LAB에서 촬영한 사진의 자체적인 축적을 모르기 때문에 reference length와 시간을 각각 설정해주어야 한다. 본 실험의 경우에 아크릴의 두께가 10mm임을 알기 때문에 이를 reference length

로 설정하였고, 두 연속 프레임에서의 시간 간격은 카메라의 FPS가 1000임을 고려하면 1ms임을 알 수 있다. 이번 실험에서는 post-processing을 따로 진행하지 않았다.

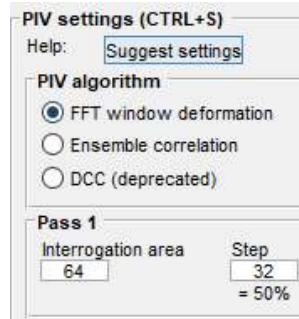


Fig 1. Interrogation area setting

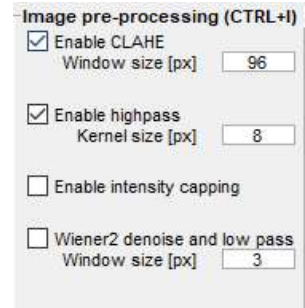


Fig 2. Image pre-processing

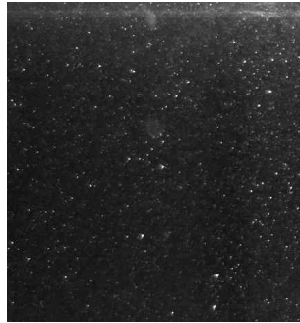


Fig 3. Before Image pre-processing

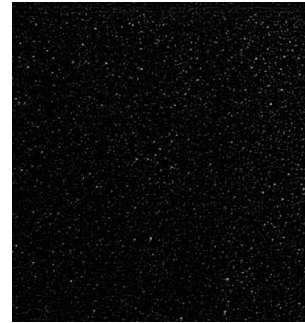


Fig 4. After Image pre-processing

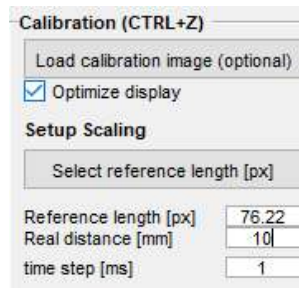


Fig 5. Calibration

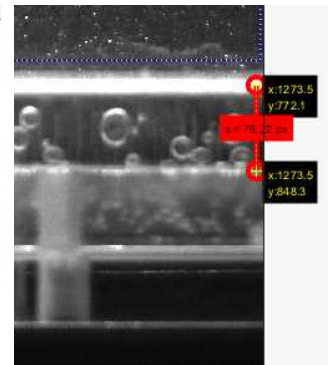


Fig 6. Reference length

### 3. Time-averaged velocity field

본 실험에서 유체는 x방향의 수조를 따라서 운동한다. 따라서 y축 방향의 속력  $v=0$ 으로 간주할 수 있다. 실험 결과에서도  $v$ 는 x축 방향의 속력  $u$ 보다 유의미하게 작은 값을 가지므로, 이러한 근사는 타당하다. 따라서  $v$ 는 모두 0에 근사하고,  $u$ 에 대한 Time-averaged velocity field만을 구하였다.

### 3.1 Time-averaged velocity field

30rpm, 60rpm, 90rpm에서 모든 시간과 공간의 x방향 속력  $u$ 와 y방향 속력  $v$ 를 Table 1에 나타내었다. 앞서 언급했듯이 v방향의 속도는  $u$ 에 비해 모두 100배보다 작으므로, 거의 0으로 근사할 만하다. Fig 7, 8, 9는 Matlab에서 quiver함수와 30rpm, 60rpm, 90rpm에서의 각각의 데이터를 이용하여 Time-averaged velocity field를 그려본 것으로 자세히 보면 rpm이 증가할수록 화살표의 크기가 커지는 것을 관찰할 수 있다. 하지만 이는 매우 가시성이 좋지 않은 데이터이다.

x방향의 속력인  $u$ 는 scalar이므로,  $u(x, y)$ 의 그래프를 그리면 3차원의 형태로 나타낼 수 있다. Fig 10, 11, 12는  $u(x, y)$ 를 각각의 rpm에서 나타낸 3차원 그래프이다. 이를 관찰하면 x방향으로의  $u$ 의 편미분  $\frac{\partial u}{\partial x}$ 는 거의 0에 가까운 것을 알 수 있고,

y방향으로의  $u$ 의 편미분  $\frac{\partial u}{\partial y}$ 는 양 끝에서를 제외하고는 0에 가까우며 양 끝에서는  $y$ 가 변함에 따라  $u$ 가 바뀌는 것을 관찰할 수 있다. 이는 향후의 report에서 다룰 Boundary layer과 관련이 있다고 예측한다. x방향의  $u$ 의 편미분이 거의 0에 가까우므로, 특정  $y$ 좌표에 대해서 x방향으로의 모든  $u$ 의 평균이 그  $y$ 좌표에서의  $u$ 를 대표할 수 있다고 할 수 있다. 따라서 이러한 방법으로  $u(y)$ 를 구하여 각 rpm에서의  $u(y)$ 를 비교해본 것이 Fig 13이다. 이를 보면 앞서 언급했듯이 아크릴판과 맞닿는 부분에서만  $u$ 가 감소하는 양상을 보이고, 나머지 부분에서는 거의 일정한 값을 가지는 것을 볼 수 있고, 또한 90rpm, 60rpm, 30rpm 순서대로 속도가 큰 것을 쉽게 관찰 가능하다.

Turbine[rpm]	U [m/s]	V [m/s]
30	0.2129	-0.0018
60	0.4638	-6.23e-4
90	0.6733	0.0036

Table 1. Mean of all data(at each rpm)

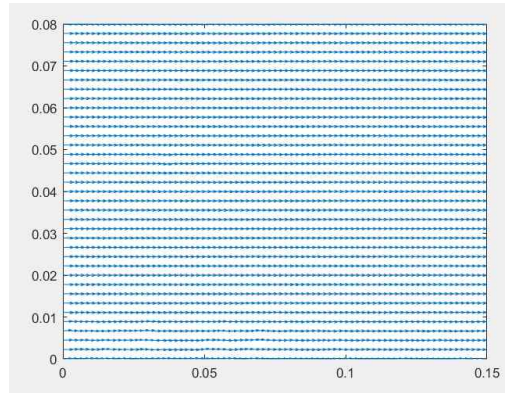


Fig 7. Velocity vector field (30rpm)

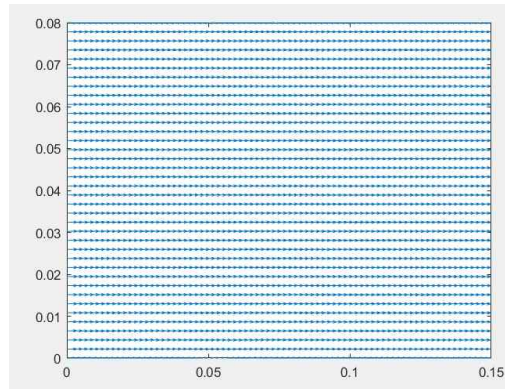


Fig 8. Velocity vector field (60rpm)

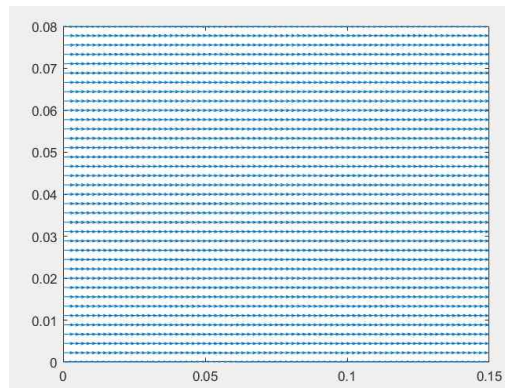


Fig 9. Velocity vector field (90rpm)

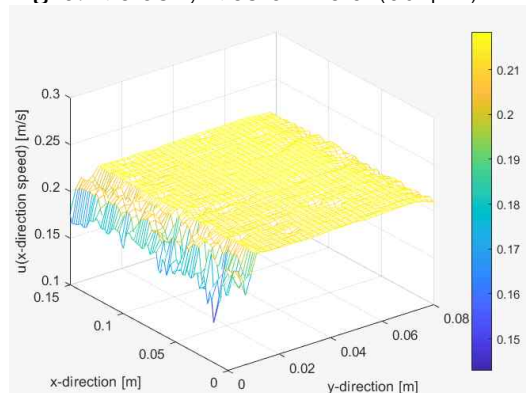


Fig 10.  $u(x, y)$  (30rpm)



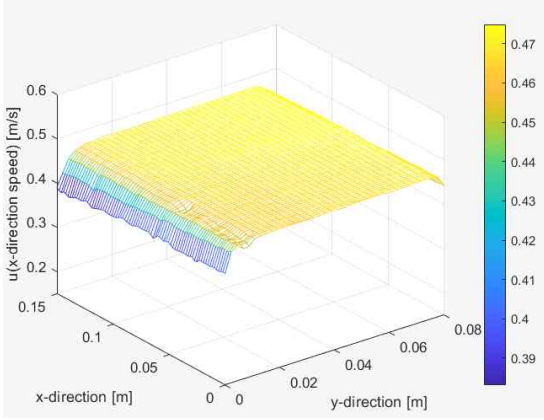


Fig 11.  $u(x, y)$  (60rpm)

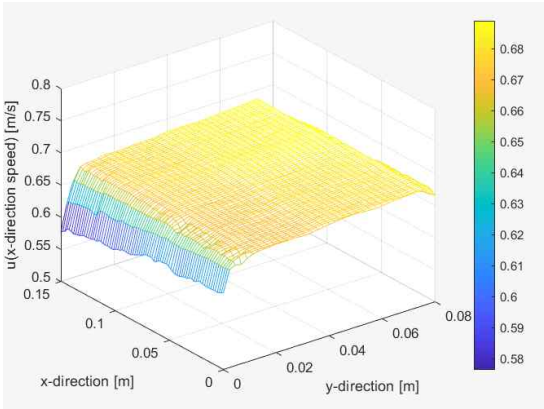


Fig 12.  $u(x, y)$  (90rpm)

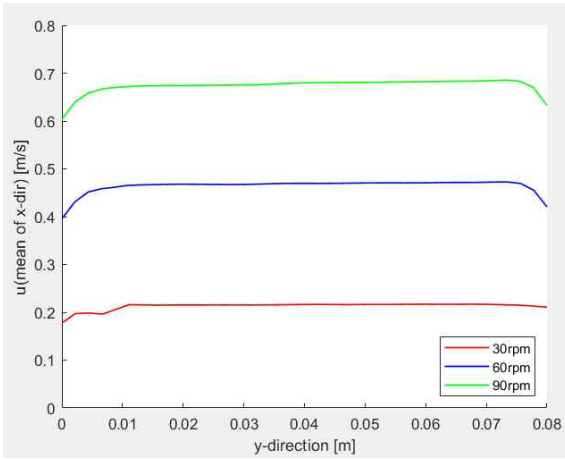


Fig 13. comparison  $u(y)$  of each method

### 3.2 1/4-law, stokes number 계산 및 PIV의 유효성 확인

$u$ 는 90rpm에서 최대값을 가진다. 또한 모든  $u$ 가 1m/s가 넘지 않으므로, 식(1)의  $u_0$ 를 1m/s로 가정하고  $stk$ 를 계산해보자. seeding particle의 밀도는 물과 비슷한 것을 사용하였으므로, 물의 밀도 값을 사용하고, 직경은 약  $10\mu m$ 임을 가정하자. 또

한 물의 상온에서의 동점성계수는  $1g/cm^3$ 이고, 보수적으로  $l_0 = 10m$ 라고 생각하고 이를 식(1)에 모두 대입하면  $stk$ 는 식(5)와 같이 계산된다. 물론 대입된 값들이 정확하게 계산된 값이 아니지만 그럼에도 0.1보다 매우 작은 값이 나왔으므로, 본 실험에서 seeding particle과 유체가 같이 움직인다고 가정하는 것은 유효하다.

$$Stk = \frac{t_0 u_0}{l_0} \quad (1)$$

$$|U_{max} \Delta t| < \frac{D_{window, x}}{4} \quad (3)$$

$$Stk = 5.55 \times 10^{-5} \quad (5)$$

이제 1/4-law가 유효하게 지켜지는 확인해보자.  $v$ 방향의 속도는 거의 존재하지 않는 것을 확인했으므로, 식(3)이 유효한지만 확인하면 된다. 90rpm에서 1pixel이 0.00012m로 계산되었다. Interrogation window를 46pixel로 설정하였으므로,  $D_{window, x}$ 는 약 0.00552m로 계산된다. 또한  $U_{max}$ 는 1m/s를 넘지 않고,  $\Delta t$ 는 1ms이므로, 이를 고려하면 식(3)이 성립하는 것을 계산할 수 있다. 따라서 앞서 살펴보았던  $Stk$ 와 1/4-law에 의한 PIV 기법의 유효성이 지켜졌음을 알 수 있고, PIV로 구한 유동장이 실제와 비슷하다고 주장할 수 있다.

### 4. 특정 지점에서의 $u$ 의 fluctuating velocity 현상 관찰 및 시각화

#### 4.1 측정 지점 선정

각각의 rpm에서 어떠한 변화가 있는지 관찰하기 위해서 같은 측정 지점을 선택하여 관찰하였다. 세 개의 지점은 ROI의 중앙에 있는 지점, 아래의 아크릴 판과 맞닿고, x방향으로 중앙의 지점과 위의 아크릴 판과 맞닿고, x방향으로 중앙의 지점을 각각 선택하였다. 이유는 ROI의 중앙에 있는 점이 경계층 현상이 일어나지 않는 지점의 모든 데이터를 대표한다고 생각하였고, 이를 경계층 현상이 일어나는 곳에서의 변동과 어떻게 다른지 측정해보고자 하였다. Fig 14에 측정하는 지점을 나타냈다. 위에서부터 location 1, 2, 3이고, 각각의 지점에서의 그래프의 색을 달리하여 나타냈다. Fig 15, 16, 17에서 각각의 rpm에서의 Normalized fluctuating velocity를 나타내었다. 시각화를 위하

여 모두  $y$ 의 범위를 0.7~1.3으로 고정하였는데 location 2(가운데 지점)보다 location 1, 3가 항상 더 큰 fluctuate를 보이는 것을 확인하였다. 이 또한 아마 boundary layer의 특성일 것이라고 생각한다.

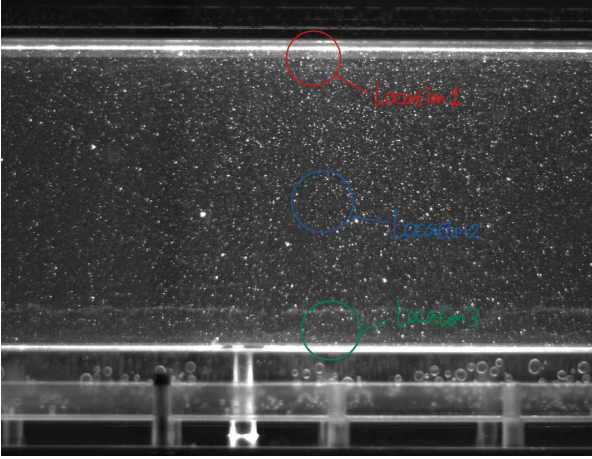


Fig 14. Measurement location

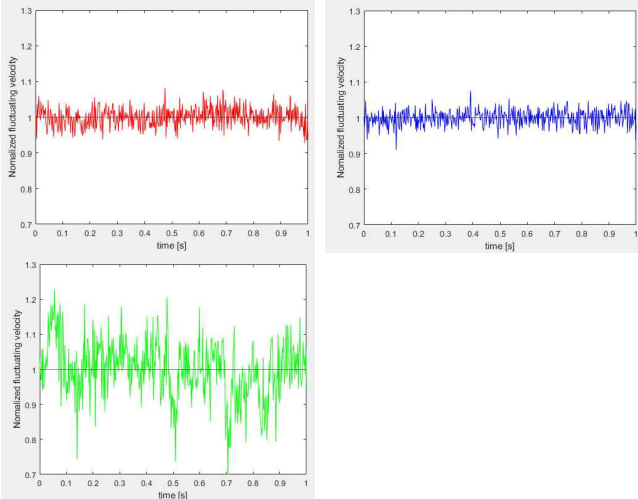


Fig 15. Normalized fluctuating velocity(30rpm)

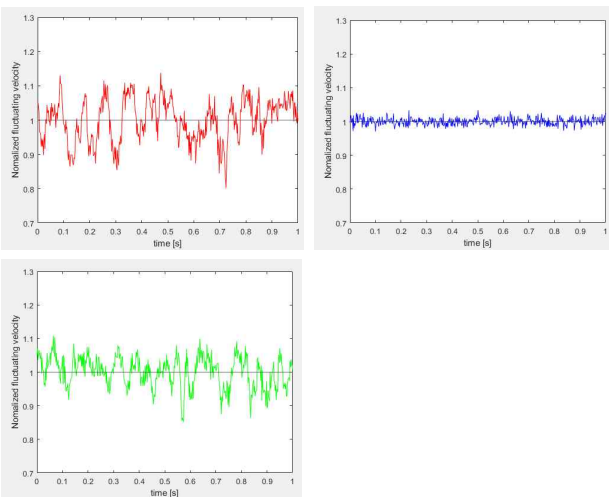


Fig 16. Normalized fluctuating velocity(60rpm)

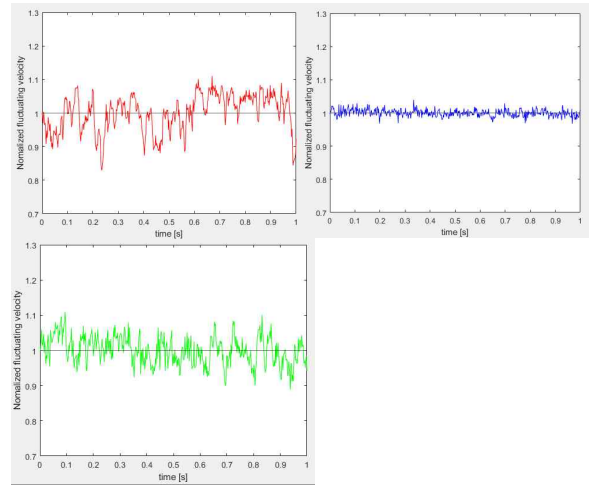


Fig 17. Normalized fluctuating velocity(90rpm)

Fig 15, 16, 17을 관찰하면 많은 지점들을 대표하고 있는 Location 2가 실제로 각각의 rpm에서 모두 시간에 따라 거의 안정된 형태를 보였다. 이는 항상 Normalized fluctuating velocity의 값이 0.95와 1.05 사이에 위치하는 것으로 정량적으로 확인이 가능하다. 비록, 아크릴판과 맞닿은 부분에서의 fluctuate가 이보다 클지라도 이는 ROI에서 차지하는 비중이 매우 작으므로 이러한 모든 데이터가 2.4의 steady state 가정이 유효하다는 것을 뒷받침해준다.

5. Plot the average speed for each case against the pump frequency(Calibration with average speed and pump frequency)  
5.1 시간, 공간 전체 평균 이용

Table1에서 구한 average speed 값은 Time-averaged velocity field의 공간 평균 값이었으므로, 이것이 시공간 전체의 평균  $u$  값이라고 할 수 있다. 이를 통하여 Calibration을 진행해보자. 3rpm은 0.05Hz이다. Fig 18은 실제 실험 data를 통하여 유체의 Average speed-pump frequency 그래프를 나타낸 것이다. 실제 데이터를 빨간 점으로 표현하였고, 선형회귀 직선을 같이 plot하였다.

Turbine[Hz]	$u$ [m/s]
0.5Hz	0.2129
1Hz	0.4638
1.5Hz	0.6733

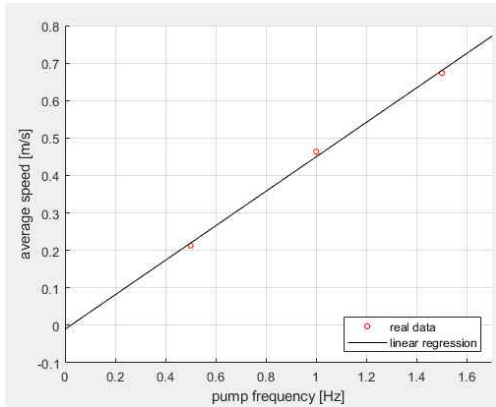
Table 2. Average speed against Turbine frequency

## 참 고 문 헌

[1] Seoul National University Mechanical Engineering, "Mechanical Engineering Experiment"(2023), Westsea planning, pp.52~77.

[2] Wikipedia, "Stokes number", November 23, 2022, accessed on May 18. [https://en.wikipedia.org/wiki/Stokes\\_number](https://en.wikipedia.org/wiki/Stokes_number)

[3] F. M. White, 2016, Fluid Mechanics 8<sup>th</sup> edition.



**Fig 18.** Average speed-pump frequency(including linear regression)

6. Find the appropriate fitting equation through linear regression from the result in 5.

### 6.1 Linear regression 결과

분석 5에서 선형회귀분석을 한 결과로 pump frequency  $f_{pump}$ 와 average speed  $u_{avg}$  사이에 대해서 식(6)과 같은 관계가 성립하는 것을 알 수 있었다. 선형회귀분석은 matlab의 polyfit 함수를 통하여 진행하였다. 또한, 식(5)를 통하여 0.5, 1, 1.5Hz에서의  $u_{avg}$ 를 계산하면 Table 3와 같이 나타나고, 또한 pump frequency와 average speed의 상관계수를 매트랩의 corrcoef 함수를 이용하여 계산하면 99.87%로 높은 상관계수를 가지게 된다.

하지만 실험의 data가 3개뿐이기 때문에 이는 정확하게 선형성을 가진다고 주장하기에는 충분하지는 않다고 생각한다. 더 많은 펌프 frequency 하에서 실험을 진행할 수 있다면 이보다 더 정확한 결과를 얻을 수 있을 것이라고 기대한다.

$$u_{avg} = (0.4604m)f_{pump} - (0.0104m/s) \quad (5)$$

Turbine[Hz]	$u_{avg}$ [m/s]
0.5Hz	0.2194
1Hz	0.4708
1.5Hz	0.6802

**Table 3.**  $u_{avg}$  from linear regression