

기계공학실험 : 동역학 실험 B

흡진기 설계 실험

5조 2019-15838 주기영

분 석

1. 흡진기를 부착하기 전후의 Time domain에서의 그래프 분석, 흡진율 계산

1.1 흡진율(Absorption rate)

흡진기를 주 시스템에 부착함으로써 주 시스템의 진동이 원래보다 줄어들게 된다. 원래의 진동 A에 대해서 흡진기와 함께 진동하는 진동 B로 흡진율을 나타내면 식(1)과 같다.

$$A.R. = \frac{A-B}{A} \times 100(\%) \quad (1)$$

Fig 1은 흡진기를 부착하기 전의 time domain에서 가속도 - 시간 그래프와 흡진기를 부착한 후의 가속도 - 시간 그래프를 함께 나타낸 것이다. Table 1은 두 그래프에서 각각의 최대 가속도의 값과 흡진율을 나타낸 것이다. 각각을 측정할 때 가속도계는 beam의 끝에 위치시켰다.

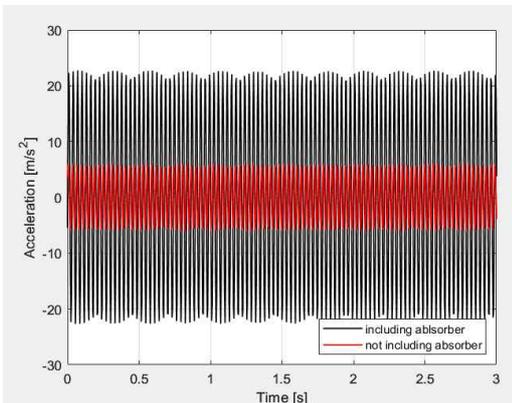


Fig 1. Acceleration-time graph, both including and not including absorber

| Max a(A) [m/s ²] | Max a(B) [m/s ²] | Absortion rate |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------|
| 22.104 | 5.835 | 73.602% |

Table 1. Maximum acceleration in both graph and Absorption rate

각각의 그래프에서 극대값들의 평균을 이용하여 그것을 각각의 그래프의 최대 가속도로 계산하였다. 진폭이 정확하게 일정하지 않기 때문에 각각의 진동에서 최대값을 평균시킨 값을 진폭으로 간주하였다. 흡진기를 부착하지 않고 측정한 가속도의 진폭을 식(1)에서 A 값에 대입되었고, 흡진기를 부착하고 측정한 가속도의 진폭을 식(1)에서 B 값에 대입되었다.

계산 결과 흡진율이 73.602%로 나타났다. 흡진기를 부착한 2 DOF 시스템에 대하여 분석을 해보면 주 시스템과 흡진기의 고유진동수가 같을 때의 흡진율은 100%로 나타나야 실험이 이상적으로 진행되지 않았고, 부정확한 가정이 포함되어 있기 때문에 100%로 나오지는 않는다. 이는 뒤에 자세히 다루겠다. 100%가 아니더라도 흡진기를 부착함으로써 흡진기가 주 시스템의 진동을 흡진하고 있다는 것을 실험을 진행하는 동안 육안으로도 관찰할 수 있었고, Fig 1의 결과, 흡진율 계산을 통하여서도 알 수 있었다.

2. 흡진기의 부착 전후의 frequency domain에서의 FRF 비교

2.1 주 시스템에 흡진기를 부착한 2 DOF 시스템의 분석

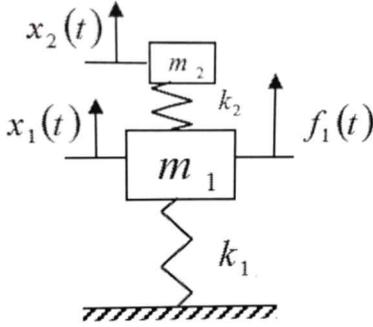


Fig 3. 2 DOF system including absorber

Fig 3의 시스템에 사인파 형태의 외력이 작용할 때 f_1, x_1, x_2 를 각각 식(2), (3), (4)와 같이 나타내자.

$$f_1(t) = F_1 \sin(\omega t) \quad (2)$$

$$x_1(t) = X_1 \sin(\omega t) \quad (3)$$

$$x_2(t) = X_2 \sin(\omega t) \quad (4)$$

이에 대하여 system의 운동방정식을 풀게 되면 식(5), (6)을 얻을 수 있다.

$$X_1 = \frac{(1 - (\frac{\omega}{\omega_a})^2)x_{st}}{1 - (1 + \mu - (\frac{\omega}{\omega_a})^2)(\frac{\omega}{\omega_n})^2 - (\frac{\omega}{\omega_a})^2} \quad (5)$$

$$X_2 = \frac{x_{st}}{1 - (1 + \mu - (\frac{\omega}{\omega_a})^2)(\frac{\omega}{\omega_n})^2 - (\frac{\omega}{\omega_a})^2} \quad (6)$$

ω_n, ω_a 는 각각 beam(주 시스템)과 흡진기(absorber)의 고유진동수이다. 또한 μ 는 beam(주 시스템)의 질량에 대한 흡진기의 질량의 비이며, x_{st} 는 주 시스템의 정적 변형이다.

식(5)에서 X_1 의 분모가 0이 되도록 만드는 ω 값이 주 시스템의 흡진기를 부착했을 때의 고유진동

수이다. 식(6)의 분모를 0으로 만드는 ω 에 대한 사차함수의 해를 구하자. 먼저 $(\omega/\omega_a)^2$ 을 x 로 치환하면 식(7)과 같은 x 에 대한 이차방정식을 얻을 수 있다. 또한 방정식의 해는 (8)과 같고, 마지막으로 ω 에 대한 방정식의 양의 실근은 (9)와 같이 나타난다. 즉 식(9)에 나타난 ω 값이 Fig 3의 시스템에서 m_1 을 갖는 질량의 고유진동수라고 할 수 있다.

$$1 - (\mu + 1 - x)x = x^2 - (\mu + 2)x + 1 = 0 \quad (7)$$

$$x = \frac{\mu + 2 \pm \sqrt{(\mu + 2)^2 - 4}}{2} \quad (8)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu + 2 \pm \sqrt{(\mu + 2)^2 - 4}}{2}} \omega_a \quad (9)$$

Fig 3의 시스템의 DOF가 2이므로, beam의 고유진동수가 2개 존재한다. 일반적으로 DOF가 n 인 system에 대하여 고유진동수가 n 개 존재하는 것으로 알려져 있다.

본 실험을 하기 전 수행되었던 실험 A에서 beam 4와 absorber의 등가 시스템을 구한 바가 있다. 본 실험에서 사용되는 beam은 beam4이며, 같은 absorber를 사용한다. Table 2에 beam과 absorber의 등가 시스템에서 equivalent mass, stiffness, natural frequency를 나타냈다.

| | $m_{eq}[\text{g}]$ | $k_{eq}[\text{N/m}]$ | $f_n[\text{Hz}]$ |
|----------|--------------------|----------------------|------------------|
| Beam 4 | 4.362 | 182.924 | 32.5 |
| Absorber | 29.929 | 1248.0 | 32.5 |

Table 2. Equivalent system of beam 4 and absorber

2.2 흡진기의 부착으로 발생하는 peak split 관찰과 이론값의 비교

Beam에 흡진기를 부착하지 않은 상태에서 측정된 고유진동수는 30.75Hz이다. 이는 실제 beam의 고유진동수가 아니며, 가속도계의 질량에 의한 mass effect에 의한 현상임을 실험 A에서 살펴본 바 있다. Fig 2의 파란 선은 흡진기를 부착하지 않았을 때의 주 system의 FRF이며, 빨간 선은 흡진기

를 부착하였을 때의 주 system의 FRF이다. FRF를 서로 비교해보면 흡진기를 부착하지 않았을 때의 고유진동수는 30.75Hz임을 확인할 수 있고, 파란 선에서의 peak가 아니지만 빨간 선에서 peak로 나타나는 2개의 점이 존재한다.

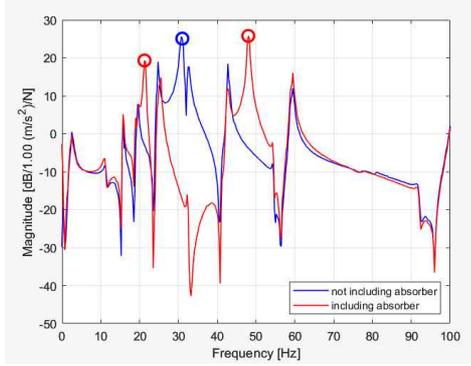


Fig 2. FRF for both including and not including absorber

원래의 FRF 또한 peak가 여러개 나타나는 것을 미루어 보아 실험 환경이 정확하게 1 DOF system을 대상으로 실험을 진행하는 것이 아니라는 것을 알 수 있지만, 다른 변인을 통제된 상태에서 흡진기만을 부착한 상태에서 나타나는 새로운 peak가 흡진기를 부착하였을 때의 주 시스템의 고유진동수라고 할 수 있다. 이는 각각 21.25Hz, 48Hz에 해당한다. 이것은 2 DOF의 system에서 2개의 고유진동수가 나타나는 현상에도 부합한다. 2개의 고유진동수가 식(6)을 통해 계산할 수 있는 이론적인 고유진동수와와의 차이를 살펴보자. 식(9)에서 μ 는 주 시스템과 흡진기의 질량비이므로, 식(10)과 같이 계산된다. 이를 계산하여 식(9)에 대입하면 식(11)과 같이 흡진기가 있을 때의 주 시스템의 이론적 고유진동수가 계산된다.

$$\mu = \frac{m_{eq,beam}}{m_{eq,abso}} \quad (10)$$

$$w_{1,th} = 26.881, w_{2,th} = 39.294 \quad (11)$$

두 개의 고유진동수에 대한 실험값과 이론값의 비교를 Table 2에서 보여준다.

| | Experimental [Hz] | Theoretical [Hz] | Error [%] |
|-------|-------------------|------------------|-----------|
| w_1 | 21.25 | 26.881 | 20.948% |
| w_2 | 48 | 39.294 | -22.156% |

Table 2. Equivalent system of beam 4 and absorber

먼저 Table 2의 계산에서 mass effect가 배제되어 있다는 것이 가장 중요하다. 이론값과 실험값의 정확한 비교를 위해서는 이론값에 mass effect를 포함시키거나 실험값의 mass effect를 배제시켜야 하는데, 정확한 고려가 힘들기 때문에 오차의 원인으로 남겨두었다. 또한 beam을 완전한 mass, spring system으로 가정할 수 없다는 점, 실험 장치의 고정이 고무줄로 되어 있다는 점이 오차의 원인으로 예상된다.

Table 2의 결과로 관찰할 수 있는 것은 2 DOF system에서 실제로 2개의 고유진동수가 나타나고, 이는 원래 주 시스템의 고유진동수보다 큰 것 하나와 작은 것 하나가 나타나는 peak split 현상을 관찰할 수 있었다. Table 2의 결과를 통해 본 실험의 주 시스템에 흡진기를 부착하였을 때 원래의 고유진동수가 나타나는 곳에서의 peak가 사라지고, 대신 양쪽 부분에 두 개의 peak가 생기는 것을 실제로 관찰할 수 있었다.

3. 흡진기의 실제 효과 확인

식(5)를 통해 흡진기의 고유진동수와 주 시스템에 가진을 주는 가진 진동수가 같을 때 주 시스템의 진폭이 0이 되는 것을 관찰할 수 있다. 주 시스템의 고유진동수에 해당하는 가진이 입력으로 발생할 때, system이 가장 치명적이므로, 흡진기는 보통 주 시스템의 고유진동수와 같은 고유진동수를 갖게 된다.

본 실험과 같이 2 DOF의 시스템의 경우에 Fig 5과 같이 이론적으로 흡진기를 부착한 System의 FRF는 원래의 고유진동수를 갖는 주파수 대역에서 0의 Amplitude를 갖고, 대신 두 개의 peak split이 일어나는 모양이 될 것이라고 기대된다. 이는 실제로 정확하게 반영되지는 않았지만 Fig 2를 보면 흡진기를 부착함으로써 FRF의 변화를 뚜렷하게 관찰할 수 있다.

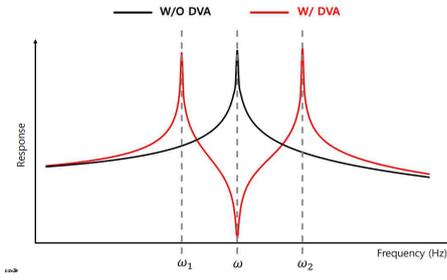


Fig 5. Expected FRF for before and after installing absorber

4. 본 실험에서 흡진기가 제대로 된 역할을 하고 있는지에 대한 고찰

4.1 흡진율에 대한 이론적 기대와 실제 결과

본 실험에서 beam와 흡진기의 고유진동수는 모두 32.5Hz이다. 즉, 흡진기는 본 실험에서 주 시스템의 고유진동수로의 진동을 흡수하는 역할을 하기 위해 설계되었다.

따라서 본 실험에서 32.5Hz로 가진을 하였을 때 주 시스템의 진폭은 식(5)에 의해서 이론적으로 0이 될 것으로 기대하였다. 즉, 이론적으로 흡진율은 100%임이 기대된다. 하지만 실제 32.5Hz로 가진을 하였을 때 주 시스템의 진폭이 0이 되지 않고, 감쇠된 형태로 나타나 실제 흡진율은 73.602%로 계산되었다.

4.2 mass effect

흡진율을 계산하는 실험을 진행할 때, 가진을 32.5Hz로 하였다. 하지만 흡진기를 제외한 상태와 흡진기를 포함한 상태 모두 가진을 할 때, beam의 진동을 측정하기 위하여 가속도계를 사용하였다.

하지만 가속도계는 고유한 질량이 존재하므로, system의 mass - spring 등가 시스템이 실제로 변하여 고유진동수가 변했을 것이다. 즉, 실제로 측정할 때의 system의 고유진동수가 32.5Hz가 아니었고, 이는 식(5)를 정확하게 사용하지 못하게 한다. 따라서 32.5Hz일 때 주 시스템의 진폭이 0이 되지 않는 것이다.

4.3 부가적 이유

첫째로, Beam system의 6가지 beam들이 독립적인 system을 구성하지 못한다. beam에 가진을 할 때 중심축을 기준으로 진동을 전달하기 때문에

진동은 beam 4뿐 아니라 모든 beam에 전달이 되어 다른 beam들 또한 공진을 하게 된다. 다른 beam들의 진동이 중심축을 통하여 다시 beam 4에 전달되게 되어서 주 시스템의 진폭이 0이 나올 수 없다.

또한 beam은 양방향으로 이루어져 있어 하나의 beam에 흡진기를 부착하더라도 다른 beam은 계속 32.5Hz로 공진을 진행하고 있기 때문에 beam 4의 다른 방향 쪽 beam의 공진이 가장 영향이 크다고 생각한다.

둘째로, beam system을 하나의 mass- spring system으로 이상적으로 모델링할 수 없고, 오차가 발생함을 감안한 것이다. 이는 Euler-Bernoulli beam 가정까지 더해져 더욱 오차가 발생할 수 있다. 이 system이 정확한 외팔보 형태가 아닌 것이다. 외팔보의 경우 한쪽이 정확하게 고정되어야 하는데, 중심축 자체가 움직이기 때문에 외팔보 가정을 할 수 없다.

5. 공진 현상을 피하기 위하여 주 시스템에 흡진기를 부착하였을 때의 단점

beam의 공진 현상을 피하기 위하여 beam의 고유진동수와 같은 고유진동수를 갖는 흡진기를 부착하면 이론적으로 주 시스템의 진폭이 0이 되는 효과를 볼 수 있어 주 시스템이 고유진동수에서 큰 진폭으로 운동하는 것을 막을 수 있다. 하지만 앞서 설명했던 peak split 현상에 의하여 기존 고유진동수와 다른 주파수 대역에서 두 개의 새로운 고유진동수를 갖게 된다. 즉, 원래의 고유진동수에서의 진동을 효과적으로 차단하는 대신에 다른 진동수 대역에서 가진이 될 때 매우 큰 진동이 야기될 가능성이 있는 것이다.

이러한 단점을 보완하기 위해서는 peak split 현상이 발생할 때의 2 DOF system의 흡진 대역을 증가시켜야 한다. 흡진 대역은 흡진기를 부착함으로써 생기는 새로운 고유진동수 2개의 차이를 의미하며, 식(9)를 통하여 계산하면 식(12)와 같이 표현된다.

$$w_2 - w_1 = \sqrt{\mu} w_n \quad (10)$$

즉, 흡진 대역은 고유진동수의 크기에 비례하고, 주 시스템과 흡진기의 질량비의 제곱근에 비례하는

것을 관찰할 수 있다. 따라서 흡진 대역을 높이기 위해서는 같은 고유진동수를 가지도록 유지하면서 흡진기의 질량을 더욱 크게 만들어야 한다.

흡진기를 사용하는 자체가 system의 부피와 질량을 증가시키고, 만약 system을 이동시켜야 한다면 휴대성이 좋지 않다. 하지만 흡진대역을 넓히기 위하여 불가피하게 흡진기의 질량을 크게 만들면 오히려 주 시스템의 부피가 더욱 커지거나 무거워질 수 있다. 이는 다리나 건물과 같은 아주 거대한 질량을 가질 때 특히 심해진다고 할 수 있다. 따라서 적절한 타협점에서 질량비를 찾는 것이 중요하다. 이러한 요소는 또한 흡진기를 사용하는 것에 대한 하나의 단점으로 작용한다.

6. 흡진기를 사용하지 않고, 공진 현상을 예방할 수 있는 방법

6.1 Damper 이용(감쇠 장치)

본 실험에서 흡진기를 부착하였을 때의 2 DOF system은 모두 mass-spring 시스템이다. 이 시스템에 에너지를 소산시키는 감쇠장치인 Damper를 추가하게 되면 고유진동수에서 운동을 하게 되더라도 진폭을 줄일 수 있다. Damper는 운동에너지를 열 에너지 등으로 전환하여 불필요한 운동을 감쇠시키는 역할을 한다. 하지만 Damper가 추가되게 되면 system의 고유진동수 자체가 달라지기 때문에 이 또한 반영하여 설계를 진행하면 될 것이다.

하지만 damper를 사용할 때 흡진기와 마찬가지로 system의 부피가 커지거나 질량이 추가될 우려가 있으므로, 적절한 방향을 선택하는 것이 좋아 보인다.

6.2 System의 설계 당시 System의 작동 환경 파악 후 이를 의도하여 System의 고유진동수 결정

공진은 주 시스템의 고유 진동수에 해당하는 진동수를 갖는 외력을 받을 때 발생한다. 즉, 바뀌 말하면 고유 진동수와 적당히 다른 주파수를 갖는 외력이 가해질 때에는 시스템에서 공진이 발생하지 않는다는 의미이다. System을 설계할 당시에 이를 고려하고, 시스템이 작동하는 환경이나 범위에서 고유진동수에 해당하는 힘에 노출될 일이 없게 만든다면 흡진기를 굳이 부착하지 않아도 공진현상의 발생을 막을 수 있다. System의 작동 환경에서 자

주 발생하는 외력의 주파수 대역을 피하기 위해서 System의 equivalent mass나 equivalent stiffness를 변화시키거나 damper를 사용하는 방법이 있다.

7. 본 실험의 지나친 가정이나 실험 구성 방법(실험 장치, 실험 진행 방법 등)의 문제점

본 실험의 실험 장비는 beam system, 가속도계, Force transducer 등이 있어 Force transducer로 beam system의 중심축에 진동을 전달하여 beam을 가진하고, 이를 가속도계와 signal analyzer를 통하여 beam의 가속도를 측정한다.

7.1 Contilever beam 가정, Euler-Bernoulli beam 가정

이 system이 정확한 외팔보 형태가 아닌 것이다. 외팔보의 경우 한쪽이 정확하게 고정되어야 하는데, 중심축 자체가 움직이기 때문에 외팔보 가정을 할 수 없다. 또한 양방향의 beam이 존재하기 때문에 서로가 서로의 영향을 받아 정확한 외팔보라고 가정하기가 힘들다.

본 실험에서 mass-spring equivalent system을 가정하기 위하여 Euler-Bernoulli beam 가정을 포함하여 beam의 처짐을 계산한다. 하지만 이 가정은 이상적인 상황(shear stress에 의한 단면의 각도 변화 고려를 안하는 등)을 많이 포함하고 있으므로, 이는 정확하지 않다. 또한 심지어 beam의 bending이 발생하여 beam의 각각 단면 또한 변형하게 되기 때문에 여러 요소에 의하여 본 실험에서의 주시스템을 1 DOF의 mass-spring equivalent system으로 가정하는 것은 많은 이상적인 가정들을 포함하는 것으로 지나친 가정으로 생각할 수 있다.

이에 더불어 흡진기를 부착한 system 또한 흡진기를 외팔보로 가정하고, Euler-Bernoulli beam을 사용하는데, 실제로 흡진기를 부착하는 것에 볼트와 너트를 사용하는 점과 흡진기의 외팔보 길이가 흡진기의 길이와 일치하지 않는다는 점 등으로 인하여 이를 2 DOF system으로 간주하고, 이론적 계산을 진행하는 것에는 큰 무리가 있어 보인다.

또한 중심축에 가진을 하는 점과 6개의 beam 시스템이 free end로 존재해야할 곳에 고정시키기

위한 고무줄로 탄성력이 작용한다는 점 또한 이 실험의 과도한 가정에 포함될 수 있다.

7.2 가속도 센서의 사용

가속도 센서의 사용에서 가장 큰 문제는 beam 자체에 mass effect 현상을 일으켜 시스템의 FRF를 왼쪽으로 이동시킨다. 이 때문에 Beam system에 정확한 고유진동수를 찾기 위해서는 reference data를 이용하기도 하였고, 또한 흡진율을 계산하는 것에 있어 정확한 계산을 할 수 없었다.

또한 가속도 센서를 정확하게 beam에 고정시킨 것이 아니고, 실험을 진행하는 사람이 자석을 통하여 부착하였고, 중심축 또한 움직이는 점을 미루어 보면 가속도계가 정확하게 system의 가속도를 측정할 수 없다고 판단된다.

mass effect를 해결하기 위하여 초고속 카메라를 통하여 beam의 진동을 촬영하고, beam의 가속도를 측정하는 방법이 있다. 하지만 이 또한 카메라가 완전히 현실 세상을 반영하지 못하는 점과 같은 오차가 발생할 수 있으니 완벽하게 실험을 설계하지는 못할 것이다. 하지만 적어도 흡진율을 계산할 때 32.5Hz로 가진을 하는 것에 있어서 이 방법은 매우 유효할 것으로 보인다.

왜냐하면 이 실험은 Mass effect에 의한 현상과 다른 현상을 구분짓는 것이 중요한 요인이기 때문이다.

이러한 과도한 가정이 포함되었음에도 이러한 실험을 진행하는 것은 유효하다고 생각한다. 왜냐하면 이러한 과도한 가정을 포함함에도 흡진 효과와 peak split과 같은 현상을 정성적으로 뚜렷하게 확인할 수 있기 때문이다. 따라서 본 보고서에도 정량적인 값들 또한 존재하지만, 이보다는 결과의 정성적인 해석이 보고서의 핵심이라고 생각한다.